

**AUTORIZACIÓN DE LOS AUTORES PARA LA CONSULTA, LA  
REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL, Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL  
TEXTO COMPLETO***Autor1*

Puerto Colombia, 5 DE MAYO DE 2020

Señores

**DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECAS**

Universidad del Atlántico

Cuidad

**Asunto: Autorización Trabajo de Grado**

Cordial saludo,

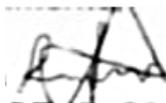
Yo, **RAFAEL EDUARDO MOLINA PALENCIA.**, identificado(a) con **C.C. No. 1.045.735.366** de **BARRANQUILLA**, autor(a) del trabajo de grado titulado **DESARROLLAR UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA FORTALECER LA COMPRESION DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE ONCE GRADO** presentado y aprobado en el año **2020** como requisito para optar al título Profesional de **LICENCIADO EN MATEMÁTICAS.**; autorizo al Departamento de Bibliotecas de la Universidad del Atlántico para que, con fines académicos, la producción académica, literaria, intelectual de la Universidad del Atlántico sea divulgada a nivel nacional e internacional a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios del Departamento de Bibliotecas de la Universidad del Atlántico pueden consultar el contenido de este trabajo de grado en la página Web institucional, en el Repositorio Digital y en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad del Atlántico.
- Permitir consulta, reproducción y citación a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato CD-ROM o digital desde Internet, Intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer.

Esto de conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Atentamente,

Firma

**RAFAEL EDUARDO MOLINA PALENCIA.****C.C. No. 1.045.735.366 de BARRANQUILLA**

**AUTORIZACIÓN DE LOS AUTORES PARA LA CONSULTA, LA  
REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL, Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL  
TEXTO COMPLETO**

Autor2

Puerto Colombia, 5 DE MAYO DE 2020

Señores

**DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECAS**

Universidad del Atlántico

Cuidad

**Asunto: Autorización Trabajo de Grado**

Cordial saludo,

Yo, **LUZ ELIANY ROYERO PEDROZO.**, identificado(a) con **C.C. No. . 1.140.864.778** de **BARRANQUILLA**, autor(a) del trabajo de grado titulado **DESARROLLAR UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA FORTALECER LA COMPRESION DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE ONCE GRADO** presentado y aprobado en el año **2020** como requisito para optar al título Profesional de **LICENCIADO EN MATEMÁTICAS.**; autorizo al Departamento de Bibliotecas de la Universidad del Atlántico para que, con fines académicos, la producción académica, literaria, intelectual de la Universidad del Atlántico sea divulgada a nivel nacional e internacional a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios del Departamento de Bibliotecas de la Universidad del Atlántico pueden consultar el contenido de este trabajo de grado en la página Web institucional, en el Repositorio Digital y en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad del Atlántico.
- Permitir consulta, reproducción y citación a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato CD-ROM o digital desde Internet, Intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer.

Esto de conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Atentamente,

Firma Luz Eliany Royero P.

**LUZ ELIANY ROYERO PEDROZO.**

**C.C. No. . 1.140.864.778 de BARRANQUILLA**

**DECLARACIÓN DE AUSENCIA DE PLAGIO EN TRABAJO ACADÉMICO PARA GRADO**

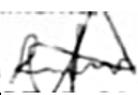
*Este documento debe ser diligenciado de manera clara y completa, sin tachaduras o enmendaduras y las firmas consignadas deben corresponder al (los) autor (es) identificado en el mismo.*

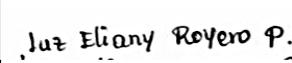
Puerto Colombia, **5 DE MAYO DE 2020**

Una vez obtenido el visto bueno del director del trabajo y los evaluadores, presento al **Departamento de Bibliotecas** el resultado académico de mi formación profesional o posgradual. Asimismo, declaro y entiendo lo siguiente:

- El trabajo académico es original y se realizó sin violar o usurpar derechos de autor de terceros, en consecuencia, la obra es de mi exclusiva autoría y detento la titularidad sobre la misma.
- Asumo total responsabilidad por el contenido del trabajo académico.
- Eximo a la Universidad del Atlántico, quien actúa como un tercero de buena fe, contra cualquier daño o perjuicio originado en la reclamación de los derechos de este documento, por parte de terceros.
- Las fuentes citadas han sido debidamente referenciadas en el mismo.
- El (los) autor (es) declara (n) que conoce (n) lo consignado en el trabajo académico debido a que contribuyeron en su elaboración y aprobaron esta versión adjunta.

Título del trabajo académico:	<b>DESARROLLAR UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA FORTALECER LA COMPRESION DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE ONCE GRADO</b>
Programa académico:	LICENCIATURA

Firma de Autor 1:							
Nombres y Apellidos:	<b>RAFAEL EDUARDO MOLINA PALENCIA.</b>						
Documento de Identificación:	CC	X	CE		PA	Número:	1.045.735.366
Nacionalidad:	COLOMBIANO				Lugar de residencia:		
Dirección de residencia:							
Teléfono:				Celular:			

Firma de Autor 2:							
Nombres y Apellidos:	<b>LUZ ELIANY ROYERO PEDROZO</b>						
Documento de Identificación:	CC	X	CE		PA	Número:	1.140.864.778
Nacionalidad:	COLOMBIANA				Lugar de residencia:		
Dirección de residencia:							
Teléfono:				Celular:			



**FORMULARIO DESCRIPTIVO DEL TRABAJO DE GRADO**

<b>TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO DE GRADO</b>	<b>DESARROLLAR UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA FORTALECER LA COMPRESION DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE ONCE GRADO.</b>
<b>AUTOR(A) (ES)</b>	<b>RAFAEL EDUARDO MOLINA PALENCIA LUZ ELIANY ROYERO PEDROZO</b>
<b>DIRECTOR (A)</b>	<b>JOSE GREGORIO SOLÓRZANO</b>
<b>CO-DIRECTOR (A)</b>	
<b>JURADOS</b>	<b>JESÚS DAVID BERRIO VALBUENA OSMAR RAFAEL FERNÁNDEZ DÍAZ</b>
<b>TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TITULO DE</b>	<b>LICENCIADO EN MATEMÁTICAS</b>
<b>PROGRAMA</b>	<b>LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS</b>
<b>PREGRADO / POSTGRADO</b>	<b>PREGRADO</b>
<b>FACULTAD</b>	<b>FACULTAD DE EDUCACIÓN</b>
<b>SEDE INSTITUCIONAL</b>	<b>SEDE NORTE</b>
<b>AÑO DE PRESENTACIÓN DEL TRABAJO DE GRADO</b>	<b>2020</b>
<b>NÚMERO DE PÁGINAS</b>	<b>126 paginas</b>
<b>TIPO DE ILUSTRACIONES</b>	<b>TABLAS, GRÁFICOS Y DRAGRMAS</b>
<b>MATERIAL ANEXO (VÍDEO, AUDIO, MULTIMEDIA O PRODUCCIÓN ELECTRÓNICA)</b>	<b>FOTOS</b>
<b>PREMIO O RECONOCIMIENTO</b>	<b>No aplica.</b>

**DESARROLLAR UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN GEOGEBRA COMO  
HERRAMIENTA PARA FORTALECER LA COMPRESIÓN DEL CONCEPTO DE  
FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE ONCE GRADO**

**RAFAEL EDUARDO MOLINA PALENCIA**

**LUZ ELIANY ROYERO PEDROZO**

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIADO EN  
MATEMÁTICAS**

**PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO**

**PUERTO COLOMBIA**

**2020**

**DESARROLLAR UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN GEOGEBRA COMO  
HERRAMIENTA PARA FORTALECER LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE  
FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE ONCE GRADO**

**RAFAEL EDUARDO MOLINA PALENCIA**

**LUZ ELIANY ROYERO PEDROZO**

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE LICENCIADO EN  
MATEMÁTICAS**

**MG. JOSE GREGORIO SOLORZANO MOVILLA  
MAGISTER EN MATEMÁTICAS**

**PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
UNIVERSIDAD DEL ATLANTICO  
PUERTO COLOMBIA**

**2020**

**Nota de Aceptación**

---

---

---

---

**Evaluador 1**

---

**Evaluador 2**

## **Agradecimientos**

*Agradezco a Dios por haber iluminado mi vida, por haber guiado cada uno de mis pasos y darme sabiduría y entendimiento para cumplir mi sueño, a mis padres Delcy Palencia y Rafael Molina por haberme apoyado en este proceso, por darme su confianza y amor incondicional, al asesor Mg José Solórzano por guiarme en la realización de esta investigación, a mi compañera Luz Royero por sus aportes en este trabajo, a cada uno de los docentes que contribuyeron directa e indirectamente en mi etapa de formación y a la Universidad del Atlántico que fue la academia que me vio crecer y me brindó sus espacios para que me hiciera todo un profesional, donde conocí amigos incondicionales y aprendí experiencias enriquecedoras que mantendré siempre en mi vida.*

**Rafael Eduardo Molina Palencia**

*Agradezco primero a DIOS TODOPODEROSO, que me ha fortalecido y me ha guiado para seguir adelante en este hermoso proyecto de vida, a mis padres Jesús Royero y Luz Elena Pedrozo, a mi abuela Aiza Rojas, que me han impulsado a seguir adelante y me han orientado en todo mi proceso de desarrollo integral, a mi esposo Jorge Retamoso, que me ha apoyado incondicionalmente y me ha ayudado a mantenerme en pie y luchando para seguir avanzando, a mis hermanos, mi cuñada y mis sobrinos, que han sido fuente de inspiración para no detenerme y tener convencimiento de que cuando se lucha por unos objetivos se pueden lograr, a mi compañero Rafael Molina por su aporte y conocimiento al trabajo, a nuestro asesor Mg. José Solórzano por su ayuda y orientación, a cada uno de los docentes y amigos que han aportado su granito de arena para que todo este sueño se haga una realidad.*

**Luz Eliany Royero Pedrozo**

## Dedicatoria

*Dedico este proyecto de grado primero a Dios por haberme dado sabiduría e inteligencia para realizarlo, a mis padres pues ellos son mi motor de vida y por haber previsto, ayudado e impulsado a alcanzar esta meta, a mis tías y hermanas por su apoyo, también quiero dedicarle esta tesis a mi novia Cristal Cedeño, porque ella me ha dado voz de aliento para seguir adelante en mi vida y siempre ha estado para mí en todo momento, aunque estemos distantes la relación que tenemos se hace más fuerte, TE AMO DEMASIADO MI AMOR BELLO, y por último a mi mejor amiga Nuris Vanegas pues ella me enseñó a no rendirme y a seguir adelante y luchar contra los obstáculos de la vida.*

***Rafael Eduardo Molina Palencia***

*Primero le dedico este trabajo a DIOS, porque sin su ayuda ninguno de estos logros hubiera sido posible, a mis padres Jesús Royero y Luz Elena Pedrozo por apoyarme en cada uno de mis sueños y creer que si los podía cumplir cada uno de ellos, a mi esposo Jorge Retamoso por estar ahí cuando más lo necesito y brindarme su amor y comprensión, a mis hermanos Carlos Royero y Jesús Royero por preocuparse por mí, aconsejarme y ayudarme a no desfallecer, a mis sobrinos Alma Luz Palmera, Lisneidys Royero, Carlos Andrés Royero e Isaac David Royero por ser uno de mis motores de vida.*

***Luz Eliany Royero Pedrozo***

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN .....	1
ABSTRACT .....	2
INTRODUCCIÓN .....	3
CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	5
1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....	5
1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA .....	10
1.2.1. Pregunta Principal .....	10
1.2.2. Preguntas Secundarias .....	10
1.3. JUSTIFICACIÓN .....	10
1.4. OBJETIVOS .....	13
1.4.1. Objetivo General .....	13
1.4.2. Objetivos Específicos .....	13
CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL .....	13
2.1. ANTECEDENTES .....	13
2.2. MARCO TEÓRICO .....	29
2.2.1. Teoría de las situaciones didácticas .....	29
2.2.2. Concepto de Función .....	31
2.2.3. Estrategias Didácticas .....	34
2.2.4. GeoGebra como herramienta .....	38
2.2.5. Marco para la enseñanza de la comprensión .....	43
CAPÍTULO III: DISEÑO METODOLÓGICO .....	49
3.1. DISEÑO Y METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN .....	49
3.1.1. Tipo de Investigación .....	49
3.1.2. Diseño de Investigación .....	50
3.2. POBLACIÓN Y MUESTRA .....	50
3.2.1. Población .....	50
3.2.2. Muestra .....	50
3.3. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS .....	51

CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS .....	54
4.1. RECOLECCIÓN O PRODUCCIÓN DE INFORMACIÓN.....	54
4.1.1. Resultados de la Prueba Diagnóstica.....	54
4.1.2. Resultados de la Entrevista al docente. ....	59
4.1.3. Resultados del Cuestionario a Estudiantes.....	62
4.2. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN. ....	66
4.2.1. Análisis e interpretación de la prueba diagnóstica. ....	66
4.2.2. Análisis e interpretación de la entrevista al docente.....	74
4.2.3. Análisis e interpretación del cuestionario a los estudiantes. ....	76
CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	81
5.1. CONCLUSIONES. ....	81
5.2. RECOMENDACIONES:.....	82
REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS .....	83
ANEXOS .....	87
PROPUESTA.....	105
1. TÍTULO DE LA PROPUESTA.....	105
2. PERIODO DE EJECUCIÓN: .....	105
3. INTRODUCCIÓN.....	105
4. JUSTIFICACIÓN. ....	106
5. OBJETIVOS.....	106
5.5.1. Objetivo general. ....	106
5.5.2. Objetivos específicos.....	106
6. ACTOS PEDAGÓGICOS.....	107

## Lista de Tablas

Tabla 1. Clasificación de las estrategias. ....	37
Tabla 2. Resultados de la entrevista al docente. ....	60
Tabla 3. Análisis de la entrevista al docente. ....	74

## Lista de Figuras

Figura 1. Clasificación de funciones.....	33
Figura 2. Definición de función.....	34
Figura 3. Ventana de GeoGebra.....	39
Figura 4. Vista gráfica de GeoGebra. ....	42
Figura 5. Resultados de la primera pregunta de la prueba diagnóstica.....	54
Figura 6. Resultados de la segunda pregunta de la prueba diagnóstica .....	55
Figura 7. Resultados de la tercera pregunta de la prueba diagnóstica .....	56
Figura 8. Resultados de la cuarta pregunta de la prueba diagnóstica .....	56
Figura 9. Resultados de la quinta pregunta de la prueba diagnóstica .....	57
Figura 10. Resultados de la sexta pregunta de la prueba diagnóstica .....	58
Figura 11. Resultados de la séptima pregunta de la prueba diagnóstica.....	58
Figura 12. Resultados de la octava pregunta de la prueba diagnóstica.....	59
Figura 13. Resultados de la primera pregunta del cuestionario a estudiantes .....	62
Figura 14. Resultados de la segunda pregunta del cuestionario a estudiantes.....	63
Figura 15. Resultados de la tercera pregunta del cuestionario a estudiantes .....	64
Figura 16. Resultados de la tercera pregunta del cuestionario a estudiantes .....	64
Figura 17. Resultados de la quinta pregunta del cuestionario a estudiantes.....	65
Figura 18. Resultados de la sexta pregunta del cuestionario a estudiantes.....	66
Figura 19. Análisis de las primeras preguntas de la prueba diagnóstica .....	67
Figura 20. Análisis de las segundas preguntas de la prueba diagnóstica.....	68
Figura 21. Análisis de las terceras preguntas de la prueba diagnóstica .....	69
Figura 22. Análisis de las cuartas preguntas de la prueba diagnóstica .....	70
Figura 23. Análisis de las quintas preguntas de la prueba diagnóstica.....	71
Figura 24. Análisis de las sextas preguntas de prueba diagnóstica.....	72
Figura 25. Análisis de las séptimas preguntas de la prueba diagnóstica .....	73
Figura 26. Análisis de las octavas preguntas de la prueba diagnóstica .....	74
Figura 27. Análisis de las primeras preguntas del cuestionario a estudiantes .....	76
Figura 28. Análisis de las segundas preguntas del cuestionario a estudiantes.....	77
Figura 29. Análisis de las terceras preguntas del cuestionario a estudiantes.....	78

Figura 30. Análisis de las cuartas preguntas del cuestionario a estudiantes .....	79
Figura 31. Análisis de las quintas preguntas del cuestionario a estudiantes.....	80
Figura 32. Análisis de las sextas preguntas del cuestionario a estudiantes .....	81
Figura 33. Ventana de GeoGebra.....	109
Figura 34. Gráfica de función cúbica 1.....	110
Figura 35. Gráfica de función cuadrática 1.....	110
Figura 36. Gráfica de función trigonométrica 1.....	111
Figura 37. Gráfica de función cuadrática restringida 1.....	111
Figura 38. Gráfica de función cúbica 2.....	112
Figura 39. Gráfica de función cuadrática 2.....	113
Figura 40. Gráfica de función trigonométrica 2.....	113
Figura 41. Gráfica de función cuadrática restringida 2.....	114

# **DESARROLLAR UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA PARA FORTALECER LA COMPRENSIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN ESTUDIANTES DE ONCE GRADO**

## **Resumen**

El presente trabajo tiene como objetivo principal, Desarrollar una estrategia didáctica mediada en GeoGebra para fortalecer la comprensión del concepto de función en estudiantes de once grado de la Escuela Normal Superior del Distrito de Barranquilla. La investigación se sustenta con la fundamentación teórica que define el concepto de Función, basado en la teoría que respalda la utilización del Software GeoGebra. El propósito de esta investigación es identificar, diseñar, implementar y evaluar actividades variadas mediante la utilización del Software GeoGebra. En esta investigación se utilizó el cuestionario a estudiantes, la prueba diagnóstica y la entrevista al docente como técnica de recolección de datos y también se utilizó GeoGebra para realizar diversas actividades gráficas para que de esa manera los estudiantes construyan su propio concepto de función conforme a lo trabajado en este Software Matemático.

**Palabras claves:** Estrategia Didáctica, Función, GeoGebra, Concepto.

### **Abstract**

The main objective of this research is to develop a didactic strategy mediated in GeoGebra to strengthen the understanding of the concept of function in eleventh grade students of the Superior Normal School of the District of Barranquilla. The research is based on the theoretical foundation that defines the concept of Function, based on the theory that supports the use of GeoGebra Software. The purpose of this research is to identify, design, implement and evaluate varied activities through the use of GeoGebra Software. In this research, the student questionnaire, the diagnostic test and the teacher interview were used as a data collection technique, and GeoGebra was also used to perform various graphic activities so that students can build their own concept of function according to what they worked on. in this Mathematical Software.

**Keywords:** Didactic Strategy, Function, GeoGebra, concept.

## **Introducción**

El mundo está en constante movimiento y el ser humano se encuentra en constante proceso de cambio, las nuevas herramientas tecnológicas, las organizaciones sociales, los medios de comunicación, son entes importantes para la sociedad actual. La nueva sociedad del conocimiento destaca el auto protagonismo de la innovación educativa, incorpora así a su entorno a las nuevas herramientas tecnológicas aplicadas a la enseñanza de conocimientos mediante el uso de los ordenadores informáticos que se considera como educación del futuro.

Se hace necesario que el docente implemente herramientas tecnológicas en el aula de clase debido a que al ser un mundo cambiante donde ya se disponen tableros electrónicos, video beam, así como también los ordenadores son implementos que el docente puede usar, pero también adquirir conocimiento y transmitirlo a sus educandos para un mayor aprendizaje debido a que los estudiantes se familiarizan con estas herramientas tecnológicas. Encontrar con nuevo horizonte educativo en el cual los educandos aprendan a construir su propio conocimiento, es por esto que el docente debe conocer en todas sus dimensiones las nuevas tecnologías, donde él sea capaz de analizarlo críticamente y realizar una adecuada integración al aula de clase.

La aplicación del GeoGebra es una forma de mostrar las Matemáticas de una manera interactiva para que los estudiantes puedan tener nuevas experiencias. El GeoGebra es un Software Educativo de gran aceptación por su calidad y versatilidad y de carácter abierto y sobre todo gratuito. Las nuevas tecnologías han demandado cambios importantes en las instituciones educativas y en los profesores.



La presente investigación se encuentra estructurada por capítulos:

En el Capítulo I, contiene planteamiento del problema, formulación del problema, objetivos planteados y la justificación.

En el Capítulo II, presenta los antecedentes de la investigación, marco teórico que permite sustentar la investigación y definición de los términos básicos.

En el Capítulo III, contiene los elementos que conforman la metodología empleada durante el desarrollo de la investigación, describe el nivel de investigación, diseño de investigación, las técnicas e instrumentos de recolección de datos y la validación del instrumento aplicado para recabar la información.

En el Capítulo IV, se realizó el análisis e interpretación de los resultados finales de la investigación de forma cualitativa utilizando gráficos estadísticos para una mejor observación.

En el Capítulo V, presenta las conclusiones y recomendaciones a las cuales se llegó luego de ejecutar la investigación y finalmente se presentan las bibliografías y los anexos.

## **CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

### **1.1. Descripción del Problema**

Tradicionalmente la enseñanza de las Matemáticas se reduce a un discurso, en el cual las únicas herramientas que se utilizan son los libros, la tiza y el tablero. Actualmente se viene utilizando herramientas informáticas en el aula, como medio didáctico en el proceso de enseñanza aprendizaje. Salomón (2001) expone que “la asociación con herramientas poderosas caracterizadas sobre todo por la delegación cognitiva puede mejorar el desempeño (conjunto) y hasta redefinir las tareas intelectuales [...]” (p. 181). Esta afirmación refuerza la importancia de utilizar las

herramientas tecnológicas en los diferentes procesos académicos que posibiliten el desarrollo de pensamiento analítico y variacional.

Muchas veces el docente solo se conforma con que el estudiante responda mediante una actividad evaluativa los conceptos que él le ha transmitido, que en su mayoría son bastante descontextualizados, lo que produce que el estudiante no pueda aplicarlo en su diario vivir y que no haya una reflexión por parte de este, tomando como ejemplo el aprendizaje de las funciones lo cual es un tema bastante complejo para los estudiantes, de difícil comprensión. López (2005) concluye que una de las causas que dificulta el aprendizaje de las Matemáticas es la desmotivación de los estudiantes hacia esta área, el índice de mortalidad, la repetición de la asignatura y la falta de comprensión.

Debido a la complejidad de las funciones, y en muchos de los casos a la pedagogía que plantea el docente en el aula de clase, se generan vacíos e incertidumbre en los estudiantes, lo que conlleva a que estos sientan rechazo y apatía por el estudio de las funciones, lo cual se convierte en experiencias negativas para ellos. El paradigma generado a través del tiempo muestra la adquisición del aprendizaje de las funciones como un proceso puramente algorítmico y repetitivo. López (2018) afirma que para el aprendizaje de las funciones es fundamental superar la teoría y buscar estrategias que involucren diversos estilos de aprendizaje, trabajar los conceptos desde el ámbito numérico, algebraico y gráfico usando la tecnología, como ambiente en el que los estudiantes se mueven con más naturalidad.

Este trabajo surge de la necesidad de fortalecer la comprensión del concepto de función debido a que en las instituciones educativas existen dificultades en este tema, muchos docentes en Matemática han evidenciado las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión del

concepto de función. Siguiendo a Sarmiento (2007). En su trabajo, menciona algunas dificultades que maestros de Matemáticas han detectado a través de su experiencia cuando orientan el concepto de función, algunas de ellas son:

**Comprensión de Conceptos:** Al analizar datos hemos detectado que los estudiantes no distinguen las relaciones que son funciones, confunden los conceptos de función e inyectividad, dominio y rango.

La totalidad de los docentes manifiestan usar la ejemplificación, pero la mayoría sólo con la ayuda de la pizarra y el marcador y eso no basta para que los estudiantes desarrollen atención, memoria lógica, abstracción, capacidad de comparación y diferenciación, para lograr adquirir los conceptos.

**Representación gráfica:** La dificultad para dibujar una gráfica comienza en la construcción de la tabla de datos. Si un estudiante no es capaz de reconocer las distintas representaciones gráficas de un objeto Matemático (en nuestro caso, las funciones), pasar de una a otra y utilizarlas en las diversas situaciones problemáticas, desde el punto de vista pragmático, no lo ha comprendido.

**Cálculo de Dominio y Rango:** Se aprecia dificultad en el cálculo analítico y geométrico de ambos conceptos.

En la Escuela Normal Superior del Distrito de Barranquilla, se evidencia que algunos estudiantes tienen dificultad en el tema de funciones debido a que ellos tienen deficiencia en la comprensión del concepto, también presentan inconvenientes al momento de hacer operaciones entre funciones, lo cual dificulta el aprendizaje del tema, presentan una confusión al identificar cual es el dominio y el rango de la función, también influye la labor del docente debido a que la mala pedagogía hace que el estudiante se le dificulte entender con más claridad.

Farfán (2013) nos dice lo siguiente acerca de la función: La naturaleza del concepto de función es en extremo compleja; su desarrollo se ha hecho casi a la par del humano, es decir, encontramos vestigios del uso de correspondencias en la antigüedad, y actualmente se debate sobre la vigencia, en el ámbito de las Matemáticas, del paradigma de la función como un objeto analítico. Pero, el concepto de función devino protagónico hasta que se le concibe como una fórmula, es decir, hasta que se logró la integración entre dos dominios de representación: el álgebra y la geometría. La complejidad del concepto de función se refleja en las diversas concepciones y representaciones con las que se enfrentan los estudiantes y profesores.

El proceso de enseñanza-aprendizaje en todos sus niveles y en todas las áreas, en el siglo actual está matizado por el uso de las Tecnologías informáticas comúnmente llamadas TIC, donde las computadoras con sus múltiples aplicaciones están desempeñando una función preponderante por las ventajas que representan, tanto para la explicación de los conceptos como para su apropiación.

A medida que ha ido avanzando la tecnología, paralelamente se ha tratado de buscar métodos efectivos que faciliten de manera significativa el proceso enseñanza aprendizaje. Se puede afirmar que a cada paradigma de la informática ha estado asociada una versión didáctica que apoye a la docencia en los contenidos más diversos. El potencial pedagógico que ofrecen herramientas de software diseñadas con objetivos educativos, por ejemplo, el software “GEOGEBRA”, sólo puede dilucidarse a partir de una rigurosa investigación, evaluación y disposición creativa de sus opciones y elementos, para así hacer una lectura efectiva de usos didácticos que puedan aportar a modelos y estrategias de intervención educativa efectiva. Por otro lado, el uso de estas herramientas requiere que el profesor tenga claridad respecto a: Las competencias que desea lograr en sus alumnos, a cómo entiende el proceso de enseñanza aprendizaje, qué metodología y recursos de software utilizará; para luego poner en práctica el diseño establecido y evaluar los resultados

obtenidos. En tiempos recientes, la comunidad de Matemática educativa ha afrontado el reto de cómo mejorar la enseñanza y aprendizaje de la Matemática en general, mostrando así su preocupación respecto a un complejo tema como lo es el de función.

Es por esto, que se han realizado numerosas investigaciones que se encuentran relacionadas con la enseñanza y aprendizaje del Cálculo, en particular, en la literatura de hoy en día es posible encontrar investigaciones dedicadas al estudio del concepto de función, debido a la importancia de éste, ya que un estudiante que no aprenda y signifique de modo correcto dicho concepto, no solo estará incapacitado para modelar y resolver problemas de su entorno, sino que también se encontrará con grandes obstáculos para realizar entendimientos claros de conceptos Matemáticos más avanzados.

Ruiz Higuera citado por Graciela Rey y Carolina Boubée, en Aportes didácticos para abordar el concepto de función expresa: “Nuestros alumnos de secundaria manifiestan en general una concepción de la noción de función como un procedimiento algorítmico de cálculo...” [27]. En tanto que no se busque una estrategia didáctica para abordar el concepto de función, el estudiante tendrá dificultades en la aprehensión de éste y su relación con múltiples fenómenos de su entorno. Abraham Cuesta Borges en su tesis doctoral [8] manifiesta que:

El concepto de función en los niveles de enseñanza previos a la universidad se ha trabajado poco, o de manera no significativa.

Muchas de las dificultades en el manejo del concepto de función, permanecen incluso después de haber cursado y aprobado los contenidos de cálculo I, particularmente en la carrera de economía.

Algunos estudiantes explican la relación de dependencia entre dos variables, pero en muchos casos no se comprende la regla que domina dicha relación.

## **1.2. Formulación del Problema**

### **1.2.1. Pregunta Principal**

- ¿Cómo desarrollar una estrategia didáctica mediada con el Software GeoGebra para fortalecer la comprensión del concepto de función en estudiantes de once grado?

### **1.2.2. Preguntas Secundarias**

- ¿Cómo identificar las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión del concepto de función?
- ¿Cómo diseñar una estrategia didáctica que favorezca el aprendizaje de las funciones en estudiantes de once grado?
- ¿Cómo implementar la estrategia didáctica mediada por el uso de GeoGebra para fortalecer el aprendizaje de las funciones?
- ¿Cómo evaluar los resultados alcanzados mediante la aplicación de las estrategias implementadas en el aprendizaje de las funciones a través de GeoGebra?

## **1.3. Justificación**

La Matemática, más que un área de estudio es una herramienta que ayuda al hombre a comprender su realidad circundante, en la que entender la magnitud de sus aportes en otras disciplinas y en la cotidianidad, requiere de un cambio en la concepción que se tiene sobre esta, debido a que se ha instaurado en el pensamiento de las personas, como una disciplina compleja y de difícil abordaje, por lo que es necesario construir nuevas estrategias para su enseñanza permanente, que sean acordes y coherentes con la situación constante de experimentación y cambio en la que vivimos. (Hernández, 2014).

Desde hace tres décadas, la comunidad colombiana de educadores Matemáticos viene investigando, reflexionando y debatiendo sobre la formación Matemática de los niños, niñas y jóvenes y sobre la manera como ésta puede contribuir más eficazmente a las grandes metas y propósitos de la educación actual. En este sentido, la educación Matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democrático (MEN).

La enseñanza magistral y los modelos tradicionales no han mostrado resultados significativos frente a la adquisición de competencias relacionadas con el aprendizaje de la función, por lo que cobra importancia este trabajo.

Necesidad de un ambiente escolar cálido, motivador; donde los estudiantes construyan su propio aprendizaje entendiendo que se debe aprender por y para la vida, debe existir en la escuela un docente que vislumbre su saber cómo un apoyo ante los demás, que construya el conocimiento interactuando con las diferentes herramientas tecnológicas, las cuales rompen paradigmas tradicionales al momento de enseñar, es así como el estudiante puede desarrollar autonomía, ser crítico, reflexivo para sustentar sus ideas y proyectos con inteligencia y sagacidad, fortaleciendo la vinculación de cada una de las competencias Matemáticas y transversalizándolas con el progreso tecnológico que potencia la educación como un proceso en el cual todos deben participar activamente.

Se hace necesario valorar estrategias de enseñanza-aprendizaje que permitan aprovechar herramientas tecnológicas como el GeoGebra, para explorar formas de representación que acerquen los estudiantes a los conceptos de maneras diversas. Siguiendo a Iranzo (2009) GeoGebra

permite la representación de imágenes dinámicas que faciliten la visualización de los conceptos, este programa facilita la representación de funciones que resultan costosas de visualizar a través del lápiz y papel o tablero. El alumno comprenderá el concepto de función a través de este software dinámico muy completo. Al aplicar este mecanismo se busca que se mejore la integración de los conceptos a través de la interacción con un software como el GeoGebra, que contribuya al mejoramiento de la comprensión.

En la enseñanza – aprendizaje de conceptos Matemáticos se debe hacer actividades de tratamiento y conversión de sus distintas representaciones semióticas, para el concepto de función lineal son la numérica por medio de tablas de valores, la algebraica, utilizando símbolos algebraicos y la gráfica en plano cartesiano, que según (Duval, 2011) garantiza el aprendizaje del concepto.

Se espera que con esta propuesta los docentes se motiven y fortalezcan su estrategia de enseñanza a través de herramientas tecnológicas y uso de programas libres como GeoGebra dejando atrás el modelo tradicional que no brinda un aprendizaje fructífero a los estudiantes debido a que no sienten motivación alguna en la enseñanza-aprendizaje implantada por el maestro. Así mismo con esta propuesta se espera que el estudiante se motive a aprender haciendo uso del software GeoGebra y que a través de programa libre fortalezca su nivel de aprendizaje y en la comprensión del concepto de función.

## **1.4. Objetivos**

### **1.4.1. Objetivo General**

- Desarrollar una estrategia didáctica mediada en GeoGebra para fortalecer la comprensión del concepto de función en once grado.

### **1.4.2. Objetivos Específicos**

- Identificar las dificultades que presentan los estudiantes en la comprensión del concepto de función.
- Diseñar una estrategia didáctica que favorezca el aprendizaje de las funciones en estudiantes de once grado.
- Implementar la estrategia didáctica mediada por el uso de GeoGebra para fortalecer el aprendizaje de las funciones.
- Evaluar el resultado alcanzado mediante la aplicación de la estrategia implementada en el aprendizaje de las funciones a través de GeoGebra.

## **CAPÍTULO II: MARCO REFERENCIAL**

### **2.1. Antecedentes**

A continuación, se mostrarán algunas investigaciones que brindan algunos aportes con relación al concepto de las funciones.

**Investigaciones de ámbito internacional:**

Calderón (2017). *“Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del GeoGebra”* esta investigación realizada se refiere a los logros alcanzados por los estudiantes de Tercero de Bachillerato A de la Unidad Educativa Particular “Hermano Miguel” de Machala en el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas luego de haber utilizado en los talleres de aprendizaje nueve secuencias didácticas con el apoyo de GeoGebra. El autor de esta investigación también afirma que es fundamental en el aprendizaje de las Matemáticas que los estudiantes tengan sólidos conocimientos de funciones lineales y cuadráticas y de esa manera puedan afrontar satisfactoriamente el estudio de los otros tipos de funciones y de temas de Matemáticas que requieran como base el dominio del tema planteado.

El trabajo didáctico de esta investigación se basa en la utilización de secuencias didácticas con el apoyo del Software libre GeoGebra para el aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas cuyo propósito es guiar el proceso de aprendizaje de los estudiantes mediante actividades programadas secuencialmente y que asocia el uso de las TIC, haciendo del proceso educativo, dinámico, entretenido y sobre todo que genere aprendizajes significativos. El estudiante con el uso de las secuencias didácticas y la guía permanente del docente construirá su propio conocimiento.

En esta investigación nace la propuesta por las dificultades que tienen los docentes de Matemáticas a la hora de construir conocimientos de funciones lineales y cuadráticas citando problemas como: el desinterés de los estudiantes, poco agrado hacia la asignatura, carencia de recursos didácticos, entre otros. Para el autor de esta investigación es importante señalar que los docentes deben llevar a la práctica lo instituido en los lineamientos curriculares, pedagógicos y didácticos establecidos en los documentos oficiales expedidos por el Ministerio de Educación del Ecuador. El propósito de la propuesta a más de desarrollar destrezas del tema de investigación fue

aportar al mejoramiento de la educación Matemática y generar en los estudiantes la motivación necesaria para que sean ellos quienes construyan aprendizajes significativos en un marco de respeto, trabajo en equipo y comunicación efectiva entre compañeros y docentes. Elaboro nueve secuencias didácticas con el apoyo de GeoGebra para alcanzar “Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del GeoGebra”.

Esta investigación es muy importante debido a que aporta a este trabajo unas secuencias didácticas que tienen como fin generar en los estudiantes motivación para que ellos construyan su propio conocimiento con el apoyo del Software GeoGebra para el aprendizaje de las funciones lineales y cuadráticas.

Gusñay y Tenegusñay (2014). ***“utilización del Software libre GeoGebra para el aprendizaje del bloque curricular de números y funciones y su relación en el rendimiento académico de los estudiantes de tercer año de bachillerato, de la unidad educativa universitaria Milton reyes de la ciudad de Riobamba, durante el periodo académico 2013 – 2014”*** esta investigación tiene como objetivo principal determinar la incidencia de la utilización del Software libre GeoGebra en el aprendizaje de Números y Funciones y su relación en el rendimiento académico de los estudiantes de Tercer Año de Bachillerato de la Unidad Educativa “Milton Reyes”.

Las dos autoras de este trabajo consideraron dos variables, una independiente y otra dependiente, la variable independiente sería la utilización del Software GeoGebra y la variable dependiente vendría siendo el rendimiento académico. La investigación se sustenta con la fundamentación teórica que define los conceptos de las Funciones, basado en la teoría y modelo pedagógico constructivista que respalda la utilización del Software GeoGebra que se encuentran desglosado de manera sistemática con el apoyo de las fuentes de consulta bibliográficas y páginas electrónicas.

El propósito consiste en diseñar, aplicar y evaluar un conjunto de actividades variadas, mediante la utilización del Software GeoGebra. En esta investigación los autores usaron como instrumentos la encuesta, la evaluación como técnica de recolección de datos, que fueron validados para la obtención de los resultados positivos, cuya confiabilidad fue analizada con el t-student.

En la investigación se utilizaron como estrategias: la investigación Documental, De Campo y la Investigación Aplicada. De una muestra de 80 estudiantes de la institución se tomaron 66 estudiantes donde se realizó un tipo de muestreo aleatorio estratificado, también dentro de los instrumentos también usaron cuestionarios y fichas de observación.

Esta investigación es muy importante debido a que aporta a este trabajo el aprendizaje de números y funciones en los estudiantes. También mediante la utilización del Software GeoGebra se pueda diseñar, aplicar y evaluar diversas actividades.

Zúñiga (2009). *“un estudio acerca de la construcción del concepto de función, visualización. En alumnos de un curso de cálculo I”* esta investigación es un estudio sobre el aprendizaje de diferentes aspectos relacionados con el concepto de función, realizada con alumnos del curso de cálculo 1 de la Universidad Católica de Honduras, campus Dios Espíritu Santo de la ciudad de Choluteca. La principal finalidad de esta investigación es aportar al pensamiento Matemático en el alumnado, en concreto sobre los razonamientos que utilizan y las estrategias que aplican los estudiantes para resolver cuestiones relacionadas con la construcción del concepto de función, visualización y la conversión de sus diferentes representaciones.

Este proyecto de investigación surge a partir de sugeridas líneas de investigación entre las que se mencionan: historia de las ideas Matemáticas, obstáculos epistemológicos, ambientes computacionales, técnicas y herramientas didácticas, estudios acerca de las dificultades en el

aprendizaje del álgebra, la geometría, el cálculo, resolución de problemas, sistemas de representaciones y visualización, entre otras cosas.

Por medio de esta investigación se intenta mostrar las dificultades que presentan los estudiantes en la construcción del concepto Matemático como es el de función, así como también las capacidades o debilidades en cuanto a tareas de interpretación, articulación de representaciones y de visualización, ya que en su enseñanza se ha tendido a sobrevalorar los procedimientos analíticos y de algoritmización, dejando de lado los argumentos visuales que son de apoyo en el aprendizaje significativo de igual manera se limita a un solo registro de representación; para lo cual el autor de esta investigación diseñó actividades que involucran dichas tareas que permiten explorar estas dificultades, capacidades y debilidades.

Cabe destacar que esta investigación es cualitativa, está orientada a explorar e identificar las dificultades que presentan los estudiantes al realizar tareas de interpretación, de conversión, de construcción, relacionadas con el concepto de función y sus diferentes representaciones (verbal, tabular, algebraica, gráfica) propuestas en las diferentes actividades con las situaciones asignadas.

Esta investigación se realizó con una población de 32 alumnos del curso de Cálculo I, del tercer periodo, de la Universidad Católica de Honduras, campus Dios Espíritu Santo; donde se les aplicó el ejercicio diagnóstico, de los cuales seleccionó una muestra de 15 estudiantes, tomando en cuenta las respuestas que eran consideradas como significativas para denominarlo su “grupo de estudio” quiere decir a aquellos alumnos en cuyas respuestas mostraban mayor habilidad o dificultad en cuanto a tareas de interpretación, conversión, representación, visualización en situaciones planteadas.

Dentro de los instrumentos escogidos para la obtención de los datos se aplicó un ejercicio diagnóstico, 8 actividades de situaciones de aprendizaje y una actividad final. También se tomaron

apuntes de observaciones, cabe destacar también de que las actividades siguen en secuencia en cuanto al grado de dificultad de las tareas a realizar por el grupo de estudio en las diferentes situaciones que se les presentan.

Esta investigación es muy importante debido a que se evidencian las dificultades que presentan los estudiantes en la construcción del concepto de funciones al momento de realizar tareas de interpretación, de conversión, de construcción, relacionadas con el concepto de función y sus representaciones ya sea verbal, tabular, algebraica o gráfica.

### **Investigaciones de ámbito nacional:**

López (2018). *“Uso del GeoGebra Como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de Grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericano”* en esta investigación se busca dinamizar el aprendizaje del concepto Matemático de función lineal por medio de la herramienta tecnológica GeoGebra y sus distintas representaciones semióticas, con estudiantes de educación media, del Instituto Latinoamericano, de la ciudad de Manizales.

La problemática que pretendió intervenir el investigador es de qué forma impacta en los estudiantes el uso del Software GeoGebra para la comprensión del concepto de función lineal, analizando si el uso de las Tic es de gran impacto en el aprendizaje. La investigación tiene como objetivo elaborar una guía de aprendizaje que involucre el uso del GeoGebra para explicar el concepto y aplicación de la función lineal para lograr un aprendizaje significativo en el aula. Según el autor de esta investigación para el aprendizaje de la función lineal en grado noveno, es fundamental superar la teoría y buscar estrategias que involucren diversos estilos de aprendizaje, trabajar los conceptos desde el ámbito numérico, algebraico y gráfico usando la tecnología, como ambiente en el que los estudiantes se mueven con más naturalidad.

El enfoque que planteo el autor en su investigación es cuantitativo ya que utiliza la recolección de datos para medir el alcance del uso de la guía de aprendizaje, con base en la medición numérica y análisis estadístico desarrollándose en un primer paso, la aplicación de una prueba diagnóstica (pre-test), que permite identificar las dificultades de una muestra de la población seleccionada para el estudio de la función lineal.

En la Institución Educativa Latinoamericano el investigador cogió una muestra de 30 estudiantes de grado noveno de secundaria, jornada de la mañana. Se crea la necesidad de implementar esta investigación con grado noveno, debido a vacíos conceptuales con la temática a desarrollar Función Lineal, desmotivación y poco interés en las clases magistrales; de esta manera surge la innovación y la creatividad de los estudiantes al realizar ejercicios teóricos con el Software educativo GeoGebra.

A partir de la información recolectada en el Pre-test se elaboró una guía de aprendizaje basada en la teoría de representaciones semióticas y la utilización del Software educativo GeoGebra con el objetivo del reconocimiento del concepto de función lineal, su tratamiento y conversión de diferentes representaciones y la aplicación en la solución de problemas.

La guía de aprendizaje está basada en la modalidad de la escuela activa urbana de la Institución Educativa Latinoamericano, la cual contiene:

- Motivación.
- Indagación de saberes previos
- Trabajo Individual. Desarrollo del pensamiento lógico
- Trabajo grupal. Fundamentación teórica
- Implementación

- Trabajo Extra clase

Para el desarrollo del Post-test se permitió medir los avances de los estudiantes de acuerdo a la guía de aprendizaje. Para el diseño del Pos-test se tuvo en cuenta los resultados del pre-test, sugerencias de la docente de Matemáticas titular, la teoría de representaciones semióticas, el Software educativo GeoGebra y las competencias Matemáticas que se pretendían desarrollar.

Esta investigación es muy importante ya que aporta a este trabajo en la búsqueda de estrategias que involucren diversos estilos de aprendizaje y dinamizar el aprendizaje del concepto Matemático de función por medio de la herramienta tecnológica GeoGebra de tal forma que esta impacte en los estudiantes para la comprensión del concepto de función lineal para lograr un aprendizaje significativo en el aula.

Ruiz (2018). *“Uso del Software libre GeoGebra para interpretar algunos modelos Matemáticos de ciertos fenómenos cotidianos que facilite al estudiante la apropiación adecuada del concepto de función lineal y cuadrática y sus distintas representaciones”* En este trabajo el investigador propone la apropiación del Software libre GeoGebra en las clases de Matemáticas para estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Las Brisas, mediante la elaboración e implementación de una secuencia didáctica en la cual se toman como base diferentes situaciones cotidianas con las cuales se llega a modelos lineales o cuadráticos.

Esta investigación busca ofrecer una opción metodológica de enseñanza que se fundamente en la apropiación adecuada del concepto de función lineal y función cuadrática en los grados noveno y décimo de la Institución Educativa Las Brisas del municipio de Patía en el Departamento del Cauca. Para el investigador de este trabajo se hace notoria la necesidad de implementar una herramienta de enseñanza – aprendizaje diferente en la cual el estudiante sea quien construya

conocimiento a su propio ritmo, mediado por la observación, práctica y experimentación a partir de situaciones que encuentre fácilmente en su diario vivir sin necesidad de recurrir a la memorización de extensas teorías con un sistema de evaluación más participativo en el cual los tópicos sean mejor asimilados y se logre un aprendizaje significativo.

En este trabajo su metodología está basada en un enfoque cualitativo ya que al realizar un estudio cualitativo se estudia la realidad en su contexto natural, se interpretan fenómenos de acuerdo con las personas implicadas y además se utiliza una variedad de instrumentos para recoger información como las entrevistas, imágenes, observaciones, en los que se describen las rutinas y las situaciones problemáticas. El autor de este trabajo busca identificar si con el Software GeoGebra se facilita al estudiante la adecuada apropiación del concepto de función lineal y cuadrática y sus distintas representaciones por medio de la interpretación de los modelos Matemáticos obtenidos de ciertos fenómenos de la cotidianidad. El investigador Para el desarrollo del presente trabajo contó con un grupo de 13 estudiantes pertenecientes al grado décimo de la Institución Educativa Las Brisas - Patía, él nos resalta también que el centro educativo se encuentra en zona rural de difícil acceso por lo que se cuenta con un solo grupo de dicho grado para la aplicación de las actividades de aprendizaje.

Para la realización de este trabajo el investigador lo divide en cuatro fases: la fase uno se conoce como el diagnóstico donde se aplicó un test de ideas previas con el cual se pretendía identificar que tanto recordaba el estudiante sobre los conceptos primordiales relacionados con función lineal y función cuadrática, en dicho test se exponían once preguntas de selección múltiple y de relación, donde se buscaba que el estudiante correlacionara la información, de manera que pudiera transitar entre gráficas, tablas y ecuaciones. Posteriormente, se hizo la respectiva retroalimentación por parte del docente luego de analizar los resultados obtenidos por cada estudiante. La fase 2 se

conoce como la construcción de applets y de ahí surge la utilización del Software GeoGebra, la fase 3 que la denomina la elaboración de una secuencia didáctica y finalmente la fase 4 también llamada implementación y análisis de la secuencia didáctica.

Esta investigación es muy importante ya que aporta a este trabajo una metodología de enseñanza que se fundamenta en una apropiación adecuada del concepto de función lineal y cuadrática en el grado noveno e identificar si con el Software GeoGebra se le facilita al estudiante un adecuado manejo del concepto de función lineal y cuadrática y sus distintas representaciones por medio de la interpretación de los modelos Matemáticos obtenidos de ciertos fenómenos de la cotidianidad.

Martínez (2013). *“Apropiación del concepto de función usando el Software GeoGebra”* en esta investigación presenta el diseño de una unidad didáctica que sirve de guía para la enseñanza y aprendizaje del concepto de función y de las características de funciones lineales y cuadráticas, que corresponden al currículo de grado noveno de Educación Básica.

En su investigación el autor considera que en materia de enseñanza existe una preocupación por tratar de atender de la mejor manera posible el problema de qué enseñar, es decir plantear con claridad las competencias y/o contenidos curriculares que son valiosos para que, por medio de estos, los alumnos alcancen las metas educativas que la sociedad exige, mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje y la apropiación del concepto de función, función lineal y cuadrática, así como su aplicación en la solución de situaciones problema de la vida real, en la metodología de la investigación el autor diseñó módulos didácticos e interactivos incorporando el Software GeoGebra.

Teniendo en cuenta los lineamientos curriculares, los estándares y competencias básicas en el área de Matemáticas según lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional, y, con el fin

de facilitar la apropiación del concepto de función, función lineal y cuadrática en los estudiantes de noveno grado de Educación Básica. Para el autor de esta propuesta se cristaliza mediante el diseño de módulos didácticos interactivos con Software Matemático especializado, que permiten integrar de forma más ágil elementos fundamentales de funciones tales como conceptos, manejo algebraico, numérico, tabular y gráfico, haciendo posible la profundización en la transferencia de estos elementos en el análisis y solución de situaciones problema.

Esta investigación es muy importante debido a que aporta a este trabajo una unidad didáctica que sirve de guía para la enseñanza y aprendizaje del concepto de función y de las características de funciones lineales y cuadráticas, su apropiación y su aplicación en la solución de situaciones problema de la vida real. Además, unos módulos didácticos e interactivos incorporando el Software GeoGebra.

#### **Investigaciones de ámbito local:**

Rojas (2012). *“Potencializar las habilidades del pensamiento crítico a partir del aprendizaje del concepto de función en los estudiantes de noveno grado”* este proyecto de investigación tiene como perspectiva mejorar y fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de los maestros del área de Matemáticas tanto en la institución educativa distrital Jorge N. Abello de la ciudad de Barranquilla, así como en otros establecimientos educativos y de esta manera satisfacer las deficiencias de los estudiantes de noveno grado frente al desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico a través del aprendizaje del concepto de función, ya que se evidenció deficiencias en los estudiantes de noveno Grado frente al Desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico a través del aprendizaje del concepto de función.

Dentro del diseño metodológico se enfoca en el paradigma Crítico-Social ya que se considera relevante dentro del ámbito de la práctica docente en el aula de clase, dado también que la problemática planteada está basada en situaciones reales y tienen por objeto ayudar a que esa realidad mejore o se transforme por eso para la investigadora se hace necesario analizar la realidad educativa en cuanto a los procesos de enseñanza aprendizaje. Para la investigadora, este paradigma permite apuntar al cambio en la práctica pedagógica, debido a que con este se dan unas acciones basadas en los intereses y necesidades del docente y discentes.

Dentro de la metodología de esta investigación es de tipo cualitativa ya que busca explicar, interpretar y comprender el significado de los diferentes aspectos de un fenómeno educativo presentado por los discentes en el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico a partir del aprendizaje de función.

En este trabajo se tomó un 33% de la muestra, quiere decir 35 estudiantes dentro de los cuales se encuentran ubicados en un nivel de estrato socioeconómico 1 y 2 donde 20 son niñas y 15 son niños, se empleó también técnicas e instrumentos para la recolección de datos e información de esta investigación tales como las conversaciones informales a los estudiantes, pruebas diagnósticas a los estudiantes, encuestas a los estudiantes y entrevistas a docentes.

La prueba diagnóstica se empleó para conocer las fortalezas y debilidades que tienen en el uso de las habilidades del pensamiento crítico a través del aprendizaje de función. La encuesta fue hecha con la intención de conocer los conceptos previos para el aprendizaje de función, así como también las dificultades en el desarrollo de actividades acerca del tema de función y el tiempo que le dedica a estudiar Matemáticas por fuera del aula de clase y la entrevista docente se hizo con el

objetivo de conocer qué tipo de rendimiento académico en esta asignatura presentaban los estudiantes, el tipo de enseñanza-aprendizaje y la relación docente-estudiante.

En conclusión, esta investigación busca innovar un proceso pedagógico como un cambio de actitud en los estudiantes y docentes, contribuyendo a potencializar las habilidades del pensamiento crítico desde los preconceptos de función hasta llegar al concepto de este.

Esta investigación es muy importante debido a que aporta a este trabajo unas evidencias sobre las deficiencias que existen en los estudiantes frente al desarrollo de las habilidades del pensamiento crítico a través del aprendizaje del concepto de función. También busca explicar, interpretar y comprender el significado de aspectos de un fenómeno educativo presentado por los discentes en el desarrollo de habilidades del pensamiento crítico a partir del aprendizaje de función.

Muñoz y Machacón (2017). ***“Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de novena grado desde la comprensión del concepto de función lineal mediado por el Software dinámico GeoGebra”*** Los investigadores de este trabajo evidencian que existen dificultades en la comprensión del concepto de función lineal en los estudiantes de noveno grado pertenecientes a la Institución Educativa Distrital Castillo de la Alboraya tales como, ante un problema o ejercicio dado se evidenció, a través de la guía de observación, la insuficiencia en la comprensión de un enunciado, ya que los estudiantes mostraron dificultades para relacionar el contenido del problema con la realidad. También evidenciaron que los estudiantes en el momento de pasar al tablero, realizaban con frecuencia interpretaciones confusas en la solución de problemas Matemáticos, tales como hallar el dominio y el rango de una determinada función lineal. Otro problema detectado en las observaciones, mediante la guía, fue la dificultad que tienen los estudiantes al representar una función lineal dada en un diagrama sagital.

Esta investigación es una contribución al avance del uso de las TIC en educación Matemática, como herramienta didáctica que apunta en mejorar y fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje en los estudiantes de noveno grado de la institución educativa Castillo la Alboraya de la ciudad de Barranquilla, que presentan dificultades para desarrollar la comprensión del concepto de función lineal.

En esta investigación se enmarca dentro del campo del paradigma socio crítico, ya que para los investigadores esto adopta la idea de que la teoría es una ciencia social que no es puramente empírica ni solo interpretativa, cabe destacar también que esta investigación es de carácter mixto ya que esta tiene elementos de una investigación cuantitativa así como también la cualitativa, también tomaron como referencia la metodología de la investigación acción que se caracteriza por analizar las acciones humanas y las situaciones sociales experimentadas por los docentes.

Dentro de la población se hizo una muestra intencional porque según los investigadores este tipo de muestreo se caracteriza por un esfuerzo deliberado de obtener muestras mediante la inclusión en la muestra de grupos supuestamente típicos, de cuatro grados disponibles se escogieron treinta (30) estudiantes del grado noveno A de la Institución Educativa Distrital Castillo la Alboraya, cuyas edades de estos estudiantes oscilan entre 14 y 16 años de edad, de estrato 2 y 3, según los investigadores estos estudiantes se caracterizan por tener un bajo desempeño académico en el área de Matemáticas y poco interés en la misma. Dentro de las técnicas e instrumentos aplicados en la recolección de datos tuvieron en cuenta las observaciones directas, entrevistas y talleres como técnica y el diario de campo, formato de entrevista a docente y formato de entrevista a los estudiantes como los instrumentos donde el objetivo era llevar un registro escrito de las experiencias del docente y los estudiantes durante el acto pedagógico en la implementación de las actividades de esta. Dentro de los resultados evidenciaron que estas actividades

desarrolladas en la guía didáctica pedagógica, contribuyen al mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes en cuanto a la comprensión de función lineal.

Esta investigación es muy importante debido a que aporta a este trabajo evidencias que permiten ver que existen dificultades en la comprensión del concepto de función lineal en los estudiantes. También el uso de las TIC como herramienta didáctica que apuntó a mejorar y fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, y de lo cual las actividades realizadas contribuyeron a la comprensión de función lineal en los estudiantes.

Villarreal y Mórelo (2011). *“una estrategia didáctica que facilite el aprendizaje del concepto de función y promueva el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de noveno grado”* esta investigación busca que el estudiante este en capacidad de entender relaciones, representar y analizar situaciones, usar modelos Matemáticos y analizar el concepto de cambio en varios contextos para así promover desarrollo de su pensamiento variacional desde el aprendizaje del concepto de función y partiendo de la necesidad de la articulación del modelo pedagógico denominado “por descubrimiento” al aula de clases y del sin número de factores tanto positivos como negativos que suelen hallarse en el proceso de enseñanza aprendizaje, esta investigación tiene como fin la consecución autónoma de conocimiento Matemático para la eventual asimilación a sus estructuras cognitivas.

Cabe destacar que esta investigación es cuasi experimental ya que intenta poseer diseños en los que se busca establecer relaciones de causalidad entre el objeto de estudio y sus elementos constituyentes y de influencia también por especificar que el experimentador no puede hacer la asignación al azar de los sujetos a los grupos experimentados y de control.

El tipo de diseño cuasi experimental que empleó es el denominado control riguroso, el cual trabaja con dos grupos uno experimental y uno de control. En este, tanto el grupo control como el grupo piloto recibe el tratamiento, para luego comparar las diferencias habidas entre pre-test y post-test en ambos grupos. La propuesta se llevó a cabo en el instituto O Higgins ubicado en la calle 23 N°29-33 suroriente del municipio de soledad-atlántico.

El tiempo estimado para el desarrollo de esta investigación estaba comprendido entre febrero de 2010 y enero del 2011 donde la población objeto de estudio son los estudiantes de noveno grado y se tomó una muestra que está conformada por 20 estudiantes divididos en dos grupos uno control y uno experimental, conformado cada uno por 10 estudiantes cuya selección se obtuvo aleatoriamente y donde hicieron uso del método de la muestra probabilística estratificada, la cual consiste en dividir a la población en sub poblaciones o estratos y se selecciona al azar la muestra para cada estrato.

El método de este trabajo se basó en el paradigma mixto es decir que es cualitativa y cuantitativa esto con el objetivo de obtener datos acerca del grado de dificultad y la cantidad de estudiantes que presentan deficiencias en el área de Matemáticas. También implementaron el método cuantitativo ya que les permitió al momento de hacer las pruebas diagnósticas tabular la información para luego hacer comparaciones y sacar conclusiones. Reafirmadas desde una investigación cualitativa al realizar observaciones, entrevistas a docentes, padres de familia y estudiantes. Una vez obtenida la información requerida lograron tener conocimiento del grado de deficiencia que presentan los estudiantes en el tema de funciones, permitiéndoles realizar el análisis para construir una propuesta que responda al mejoramiento de la dificultad identificada en los estudiantes.

Esta investigación es muy importante debido a que aporta a este trabajo una estrategia que permite que los estudiantes tengan la capacidad de entender relaciones, representar y analizar situaciones, usar modelos Matemáticos y analizar el concepto de cambio en varios contextos desde el aprendizaje del concepto de función.

## **2.2. Marco teórico**

### **2.2.1. Teoría de las situaciones didácticas.**

Una situación es un modelo de interacción entre sujeto y un medio determinado. El recurso de que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable es una gama de decisiones que dependen del uso de un conocimiento preciso.

En los inicios de los 70 las situaciones didácticas eran las situaciones que sirven para enseñar sin que se considere el rol del profesor. Para enseñar un conocimiento determinado se utilizan medios como textos, materiales, etc. La situación es entonces un entorno del alumno diseñado y manipulado por el docente, que la considera como una herramienta. Más adelante, identificamos como situaciones Matemáticas a aquellas que provocan una actividad Matemática en el alumno sin la intervención del profesor.

### **Tipología de las situaciones didácticas**

Cuando un sujeto intenta controlar su entorno, no todas sus acciones manifiestan sus conocimientos de la misma manera. Las relaciones de un alumno con el medio pueden ser clasificadas, al menos, en tres grandes categorías.

Intercambios de informaciones no codificadas o sin lenguaje (acciones y decisiones)

Intercambios de informaciones codificadas en un lenguaje (mensajes).

Intercambios de juicios (sentencias que se refieren a un conjunto de enunciados que tienen un rol de teoría).

Desde la perspectiva de la teoría de las situaciones, los alumnos se convierten en los reveladores de las características de las situaciones a las que reaccionan.

Wilhelmi, Font y Godino (2002). La teoría de las situaciones didácticas proporciona herramientas para analizar los procesos de instrucción Matemática y valorar la idoneidad de tales procesos en términos de los aprendizajes Matemáticos logrados. La asunción, por dicha teoría, de la hipótesis del aprendizaje Matemático en términos de adaptación a un medio a-didáctico puede orientar de manera consistente la construcción de situaciones didácticas mediante las cuales los alumnos construyan los conocimientos Matemáticos dándoles sentido. Ahora bien, esta implicación normativa no supone la aceptación ingenua de identificar la idoneidad de un proceso de estudio con el grado de adidacticidad del mismo. De hecho, el objetivo central de la TSD es la construcción de una ciencia explicativa de los procesos de comunicación y construcción de objetos Matemáticos, no la elaboración de prescripciones normativas para la enseñanza de los tópicos Matemáticos.

El EOS (Enfoque ontológico y semiótico) se puede incorporar de manera consistente y útil dentro de la TSD (Teoría de las situaciones didácticas), aunque la adopción de algunos supuestos de tipo ontosemiótico puede requerir una revisión de los modelos epistemológicos e instruccional implícitos en la TSD. El análisis que hace la TSD de las tareas instruccionales puede completarse mediante el empleo de algunas herramientas del EOS para explicar las dificultades potenciales de los alumnos. Asimismo, la noción de función semiótica puede enriquecer y precisar la idea de

sentido, la cual se usa sólo de manera implícita en la TSD, generalmente en relación con las tensiones “conocimiento-saber”.

(Chevallard, 1997) estima que los significados personales no son representativos para la descripción de fenómenos didácticos, puesto que lo esencial no es qué hace o sabe cada individuo particular sino cuál es su comportamiento como miembro de la comunidad de estudio a la que pertenece. Sin embargo, tanto la TSD como el EOS consideran la característica “significado personal” como fundamental para la descripción de los procesos de estudio. De hecho, la TSD determina que las “re-acciones” del sujeto al medio antagonista son una de las características esenciales para la descripción de la construcción y comunicación de los saberes.

Por su parte, el EOS a la hora de explicar los procesos cognitivos e instruccionales utiliza la entidad dual personal-institucional, que presupone que ambas dimensiones no pueden ser auto explicadas, sino que únicamente pueden ser comprendidas por oposición una de la otra. De esta forma, la característica “significado personal” tiene en la TAD un peso nulo, mientras que la TSD y el EOS fundan parte de la descripción de los fenómenos didácticos sobre esta característica.

### **2.2.2. Concepto de Función.**

Como relación entre conjuntos “Las funciones son relaciones o reglas que asocian los elementos de un conjunto con los de otro, de manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y solo uno del segundo conjunto. Se pueden expresar en contextos reales mediante gráficas, fórmulas, tablas o enunciados” (Godino J. D., 2003).

“Uno llama función de una variable, una cantidad compuesta en cualquier manera de esta variable y de constantes” (Kleiner, p.284). Esta definición marcó el inicio de un proceso que, en la primera mitad del siglo XVIII, llevó a la des geometrización del cálculo, en el cual se reemplazó

el concepto de función aplicada a objetos geométricos, como lo enunció Leibnitz, con el concepto de función como fórmula algebraica. En este contexto, en 1748, Euler, con su texto *Introduction in analisis infinitorum*, presenta la siguiente definición: “Una función de una cantidad variable es una expresión analítica compuesta de cualquier manera de esa cantidad variable y números o cantidades constantes” (Jones, 2006, p.4).

A pesar de que hubo otros Matemáticos destacados, tales como Fourier y Cauchy, que aportaron al desarrollo del concepto de función, cabe destacar finalmente en esta revisión histórica la definición de Dirichlet, de amplio reconocimiento, que afirma: “y es una función de una variable  $x$ , definida en el intervalo  $a < x < b$ , si para cada valor de la variable  $x$  en este intervalo le corresponde un valor definido de la variable  $y$ . También es irrelevante en qué forma esta correspondencia está establecida” (Kleiner, p. 291). A lo largo de la historia diversos Matemáticos han aportado a la Matemática y hablando más específicamente al concepto de función.

Una función de una magnitud variable es una expresión analítica, compuesta por esta magnitud y por constantes. J. Bernoulli, 1718.

Una función es una curva, dibujada por un movimiento libre de la mano. Euler (1748).

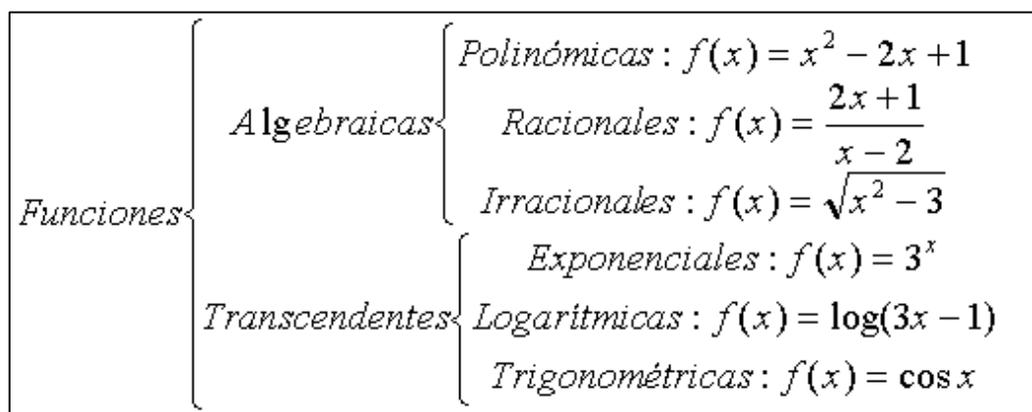
Cuando unas cantidades dependen de otras de tal forma que al variar las últimas también varían las primeras, entonces las primeras se llaman funciones de las segundas. L. Euler (1755).

Cualquier cantidad, cuyo valor depende de una o de otras varias cantidades, se llama función de estas últimas, independientemente de si se conocen o no las operaciones que hay que realizar para pasar de éstas a la primera. S. La Croix (1797).

Una función de  $x$  es un número que se da a cada  $x$  y que varía constantemente con la  $x$ . El valor de la función puede estar dado o por una expresión analítica o por una condición que da el procedimiento para probar todos los números. La dependencia puede existir y quedarse desconocida. L.I. Lobachevski (1934).

y es función de  $x$ , si a cada valor de  $x$  le corresponde un valor completamente determinado de la  $y$ ; además no es importante el método con el que ha sido establecida la correspondencia señalada. P. Dirichlet (1837).

Una función es una relación establecida entre dos variables que asocia a cada valor de la primera variable (variable independiente  $x$ ), un único valor de la segunda variable (variable dependiente  $y$ ). Esta relación se representa mediante  $y = f(x)$  y se clasifican las funciones de la siguiente manera:



*Figura 1.* Clasificación de funciones.

Ahora bien, cuando se habla de la definición de función se representa mediante el siguiente diagrama sagital:

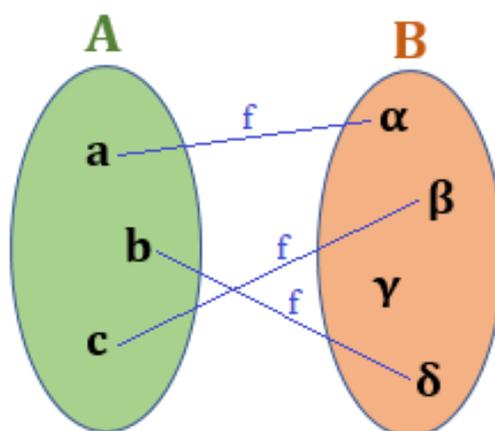


Figura 2. Definición de función.

Donde a cada elemento del conjunto de A le corresponde uno y solo uno de los elementos del conjunto de B. Ahora cuando los elementos del conjunto A toman más de un punto del conjunto de B se dice que ya no es función si no una relación.

### 2.2.3. Estrategias Didácticas.

La estrategia didáctica es la planificación del proceso de enseñanza aprendizaje para la cual el docente elige las técnicas y actividades que puede utilizar a fin de alcanzar los objetivos propuestos y las decisiones que debe tomar de manera consciente y reflexiva. Al entender que la estrategia didáctica es el conjunto de procedimientos, apoyados en técnicas de enseñanza, que tienen por objeto llevar a buen término la acción pedagógica del docente, se necesita orientar el concepto de técnica como procedimientos didácticos y el recurso particular para llevar a efecto los propósitos planeados desde la estrategia. Las estrategias didácticas apuntan a fomentar procesos de auto aprendizaje, aprendizaje interactivo y aprendizaje colaborativo.

Avanzini (1998). Considera que las estrategias didácticas requieren de la correlación y conjunción de tres componentes: misión, estructura curricular y posibilidades cognitivas del alumno. Por su parte, Saturnino de la Torre en su obra Estrategias Didácticas Innovadoras (2000),

define el concepto de la siguiente manera: “Elegid una estrategia adecuada y tendréis el camino para cambiar a las personas, a las instituciones y a la sociedad. Si se trata de resolver un problema, tal vez convenga distanciarse de él en algún momento; si se pretende informar, conviene organizar convenientemente los contenidos; si hay que desarrollar habilidades o competencias necesitamos recurrir a la práctica; si se busca cambiar actitudes, la vía más pertinente es la de crear situaciones de comunicación informal.

Se retomaron los planteamientos de Feo (2010) quien define las estrategias didácticas “a los procedimientos (métodos, técnicas, actividades) por medio de las cuales el docente y los estudiantes, organizan las acciones de manera consciente para construir y lograr metas previstas e imprevistas en el proceso enseñanza y aprendizaje, adaptándose a las necesidades de los participantes de manera significativa.

Por esta razón, las estrategias didácticas dentro del ámbito escolar juegan un papel muy importante en la enseñanza y aprendizaje del educando, ya que permite la integración entre el docente y el educando o el educando con el conocimiento. Siguiendo a Salazar (2012) define las estrategias didácticas “como un proceso integral que organiza y desarrolla un conjunto de acciones que se proyectan y se ponen en marcha de forma ordenada para alcanzar un determinado propósito pedagógico” (p.76).

Por consiguiente, las estrategias didácticas dependen, del contenido curricular y las habilidades que se pretenden desarrollar, y muy importante, del docente como utilice los recursos educativos digitales para el aprendizaje del lenguaje algebraico. Así mismo, Prado, I (1996) define las estrategias didácticas como "un conjunto de acciones que realiza el docente con clara y explícita intencionalidad pedagógica".

La intervención docente es un elemento que se presenta mediatizando el proceso de enseñanza-aprendizaje con recursos propios de su profesión y con materiales que selecciona en función de las posibilidades, las necesidades y las expectativas de sus alumnos, permitiéndose acercar los contenidos escolares a las posibilidades de comprensión y aprendizaje por parte de los alumnos. Para la autora, algunas de estas estrategias son:

Seleccionando las palabras que utilizará.

Escogiendo los objetos que le servirán de apoyo y el material que le brindará.

Determinadas actividades que seleccionará.

Proponiéndose ciertos objetivos.

Anticipando diferentes resultados para los niños que componen su grupo, dar sentido a lo que realiza.

Organizando la ayuda pertinente para la realización de la tarea, articulando diferentes tipos de interacciones entre los alumnos y el docente, entre los alumnos entre sí, con el contenido y los materiales.

### **2.2.3.1. Tipos y características de las estrategias didácticas.**

Existe una gran cantidad de estrategias y técnicas didácticas, así como también existen diferentes formas de clasificarlas. En este caso se presentan distinciones en dos diferentes ejes de observación: la participación, que corresponde al número de personas que se involucra en el proceso de aprendizaje y que va del auto aprendizaje al aprendizaje colaborativo y, por la otra, las técnicas que se clasifican por su alcance donde se toma en cuenta el tiempo que se invierte en el proceso didáctico. Desde la perspectiva de la participación se distinguen procesos que fortalecen

el auto aprendizaje, el aprendizaje interactivo y el aprendizaje de forma colaborativa. Cuando se vincula en las tutorías académicas un espacio académico determinado, el concepto de consulta o revisión de exámenes se visibiliza frecuentemente. Clasificación de estrategias y técnicas según la participación:

*Tabla 1.* Clasificación de las estrategias.

<b>Clasificación de las estrategias según la participación</b>	<b>Técnicas y actividades</b>
<b>Autoaprendizaje</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Estudio individual</li> <li>● Búsqueda y análisis de información</li> <li>● Elaboración de ensayos</li> <li>● Tareas individuales</li> <li>● Investigaciones</li> </ul>
<b>Aprendizaje interactivo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Exposiciones del profesor</li> <li>● Conferencia de un experto</li> <li>● Entrevistas</li> <li>● Visitas</li> <li>● Paneles</li> <li>● Debates</li> <li>● Seminarios</li> </ul>
<b>Aprendizaje colaborativo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Estudio de casos</li> <li>● Método de proyectos</li> <li>● Aprendizaje basado en problemas</li> <li>● Análisis y discusión en grupos</li> </ul>

Auto aprendizaje es la forma de aprender por uno mismo. Se trata de un proceso de adquisición de conocimientos, habilidades, valores y actitudes, que la persona realiza por su cuenta ya sea mediante el estudio o la experiencia. Un sujeto enfocado al autoaprendizaje busca por sí mismo la información y lleva adelante las prácticas o experimentos de la misma forma. El auto

aprendizaje suele comenzar como un juego, aunque con el tiempo se descubre que lo que se ha aprendido es útil y valioso. Las personas que logran aprender por sí mismas son conocidas como autodidactas.

El auto aprendizaje suele comenzar como un juego, aunque con el tiempo se descubre que lo que se ha aprendido es útil y valioso. Las personas que logran aprender por sí mismas son conocidas como autodidactas.

#### **2.2.4. GeoGebra como herramienta.**

##### ***Historia:***

El programa GeoGebra fue ideado por Markus Hohenwarter en el marco de su trabajo de tesis de Master, presentada en el año 2002 en la Universidad de Salzburgo, Austria. Se esperaba lograr un programa que reuniera las virtudes de los programas de geometría dinámica, con las de los sistemas de cálculo simbólico. El creador de GeoGebra valoraba todos estos recursos para la enseñanza de la Matemática, pero notaba que, para el común de los docentes, los programas de cálculo simbólico resultaban difíciles de aprender, dada la rigidez de su sintaxis, y que por esta razón evitaban su uso. Por otro lado, observaba que los docentes valoraban de mejor manera los programas de geometría dinámica, ya que su interfaz facilitaba su utilización. Así fue cómo surgió la idea de crear GeoGebra.

Rápidamente el programa fue ganando popularidad en todo el mundo y un gran número de voluntarios se fue sumando al proyecto desarrollando nuevas funcionalidades, materiales didácticos interactivos, traduciendo tanto el Software como su documentación a decenas de idiomas, colaborando con nuevos usuarios a través del foro destinado para tal fin. En la actualidad, existe una comunidad de docentes, investigadores, desarrolladores de Software, estudiantes y otras

personas interesadas en la temática, que se nuclean en los distintos Institutos GeoGebra locales que articulan entre sí a través del Instituto GeoGebra Internacional.

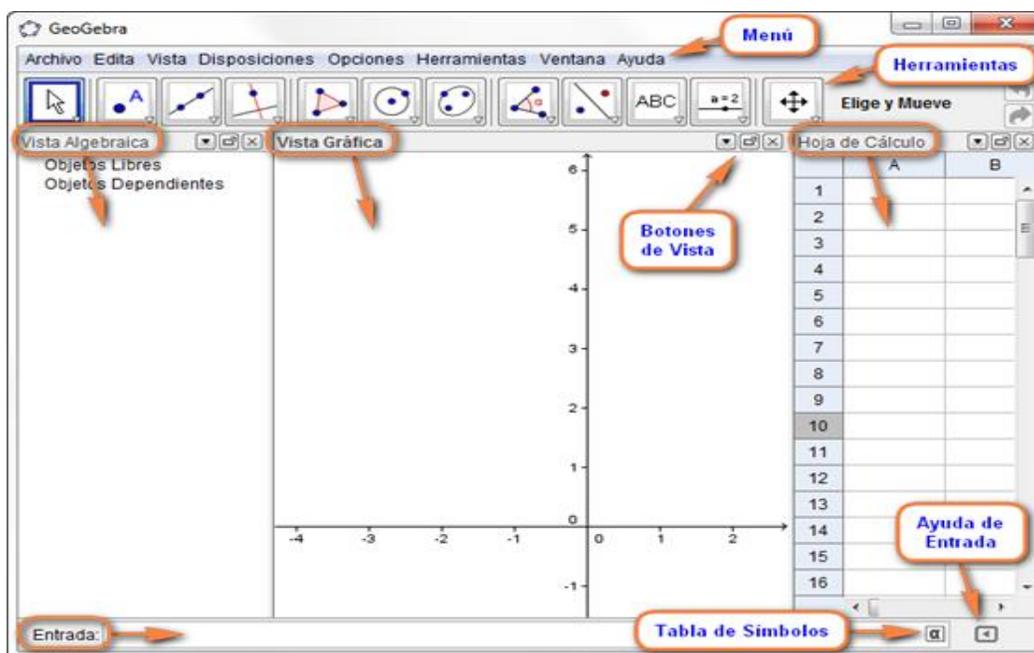


Figura 3. Ventana de GeoGebra.

GeoGebra es un Software de Matemáticas dinámicas para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo en un solo programa fácil de usar”. Lo ha elaborado Markus Hohenwarter junto a un equipo internacional de desarrolladores, para la enseñanza de Matemática escolar. (GeoGebra, 2016).

Este Software nos permite realizar construcciones a través de la aplicación de puntos, segmento de recta, rectas, vectores, entre otros; todo esto a través del uso de los íconos de las distintas herramientas y recursos que se presenta de forma explícita y dinámica o sino con el uso o manejo de comandos. (Barrazaeta, 2014, pág. 37).

Dentro de las formas de cómo trabajar con GeoGebra este permite abordar la geometría desde una forma dinámica e interactiva que ayuda a los estudiantes a visualizar contenidos Matemáticos

que son más complicados de afrontar desde un dibujo estático. También permite realizar construcciones de manera fácil y rápida, con un trazado exacto y real, que, además, revelarán las relaciones existentes entre la figura construida; también permitirá la transformación dinámica de los objetos que la componen.

Debido a estas dos características el profesorado y el alumnado pueden acercarse a GeoGebra de varias maneras, no excluyentes entre sí pero que a menudo están relacionadas con el nivel de capacitación que se tenga del programa.

Este programa se diseñó para el área de Matemática y las asignaturas a fines como la Geometría analítica Plana, la estadística y la física permitiendo a los estudiantes tener una alternativa de comprobación del proceso teórico que normalmente realizan en el aula de clases, una de las cualidades que presenta este programa es que, al ser de acceso libre, puede incluirse en todas las instituciones educativas, permitiendo a la comunidad educativa ampliar sus conocimientos tecnológicos. (Aguilar - hito 2015).

¿Por qué es interesante utilizar GeoGebra?

Además de la gratuidad y la facilidad de aprendizaje, la característica más destacable de GeoGebra es la doble percepción de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la Vista Gráfica (Geometría) y otra en la Vista Algebraica (Álgebra). De esta forma, se establece una permanente conexión entre los símbolos algebraicos y las gráficas geométricas. Todos los objetos que vayamos incorporando en la zona gráfica le corresponderá una expresión en la ventana algebraica y viceversa.

Posee características propias de los programas de Geometría Dinámica (DGS) pero también de los programas de Cálculo Simbólico (CAS). Incorpora su propia Hoja de Cálculo, un sistema de

distribución de los objetos por capas y la posibilidad de animar manual o automáticamente los objetos.

Facilidad para crear una página web dinámica a partir de la construcción creada con GeoGebra, sin más que seleccionar la opción correspondiente en los menús que ofrece.

Permite abordar la geometría y otros aspectos de las Matemáticas, a través de la experimentación y la manipulación de distintos elementos, facilitando la realización de construcciones para deducir resultados y propiedades a partir de la observación directa.

Es gratuito y de código abierto (GNU GPL).

Está disponible en español, incluido el manual de ayuda.

Presenta foros en varios idiomas, el castellano entre ellos.

Ofrece una wiki en donde compartir las propias realizaciones con los demás.

Usa la multiplataforma de Java, lo que garantiza su portabilidad a sistemas de Windows, Linux, Solaris o MacOS X.

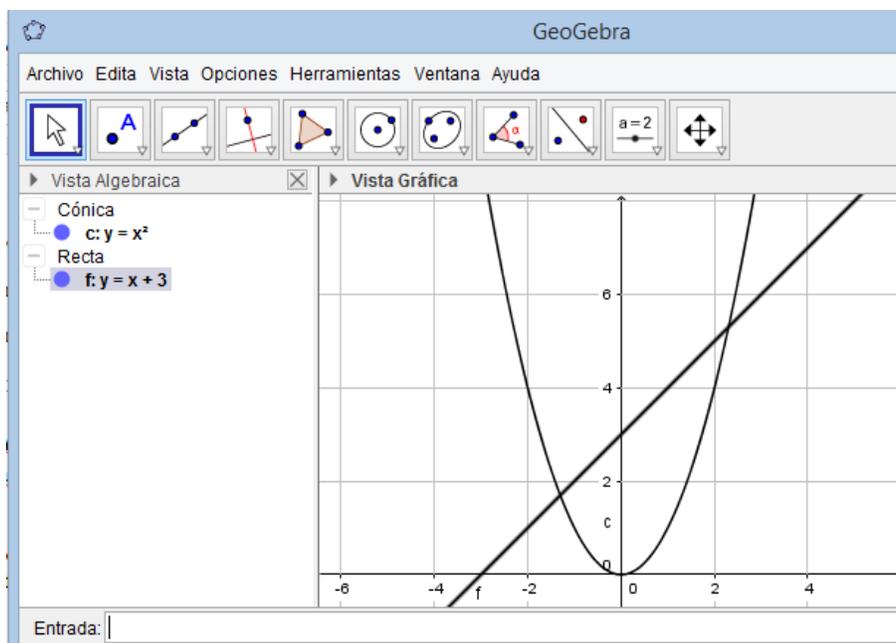


Figura 4. Vista gráfica de GeoGebra.

### Herramienta del profesor:

Se pueden utilizar construcciones ya creadas por otras personas o las realizadas por nosotros mismos para:

Crear materiales educativos estáticos (imágenes, protocolos de construcción) o dinámicos (demostraciones dinámicas locales, applets en páginas web), que sirvan de apoyo a las explicaciones de la materia.

Crear actividades para que los alumnos manipulen dichas construcciones y así deduzcan relaciones, propiedades y resultados a partir de la observación directa.

### Herramienta del estudiante:

Manipular construcciones realizadas por otras personas y deducir relaciones, resultados y propiedades de los objetos que intervienen.

Para realizar construcciones desde cero, ya sean dirigidas o abiertas, de resolución o de investigación.

GeoGebra es un Software que favorece el proceso de aprendizaje de conocimientos Matemáticos abstractos, ya que por medio de la construcción de applets y en unión con el diseño de talleres, estimulan y exigen al estudiante ser siempre activo en la construcción de su propio conocimiento junto a un aprendizaje más significativo. Es importante notar que el Software no puede ni debe remplazar la labor del docente ya que es un mediador entre la máquina y el estudiante, el docente debe ser guía para lograr los objetivos del proceso de enseñanza. Murcia (2012).

### **2.2.5. Marco para la enseñanza de la comprensión.**

La capacidad de comprensión de los estudiantes se evidencia en la actitud al realizar un uso significativo de conceptos, teorías, narraciones y procedimientos disponibles en las Matemáticas. Por lo tanto, comprender no es solo conocer sino también la habilidad de utilizarlo en la vida cotidiana. Se comprende cuando se es capaz de recibir una retroalimentación constructivista, ya que si no hay experiencia no puede haber una comprensión.

#### **2.2.5.1. Breve historia de la comprensión.**

Aun cuando se ha utilizado libremente el término “comprensión” en la literatura de la educación Matemática, durante años se ha realizado una búsqueda de la definición concisa del término “comprensión”. En particular, Brownell y Sims (1946) sintieron que la comprensión Matemática era un concepto difícil de definir y explicaron “es muy difícil de encontrar o formular una definición técnicamente exacta de comprender o comprensión”. Sin embargo, varios escritores han

trabajado de acuerdo con la suposición de que existe una noción bien definida de la comprensión, por lo que causaron enredos con la filosofía en el momento que ellos dejaron de hablar de la comprensión en un sentido ideológico e intentaron explicar su significado (Sierpiska, 1990). De acuerdo con (Sierpiska, 1990), estas dificultades surgen de la falta de capacidad de la comunidad de Matemática educativa para distinguir entre el conocimiento y la comprensión.

Los investigadores estadounidenses generalmente identificaban la comprensión con el conocimiento. La comprensión se equiparó con el desarrollo de las conexiones en el contexto de la realización de operaciones algorítmicas y la resolución de problemas. Por ejemplo, Brownell y Sims (1946) describen la comprensión como la capacidad de actuar, sentir o pensar de manera inteligente respecto a una situación; varía respecto al grado de exactitud e integridad; varía respecto a la situación problemática que se presenta; necesita conectar las experiencias del mundo real y los símbolos inherentes; necesita verbalizaciones, a pesar de que puedan contener significados menores; desarrolla varias experiencias, en vez de la repetición de las mismas; está influida por los métodos empleados por parte del maestro y es inferida por la observación de las acciones y las verbalizaciones.

Polya (1982) por su parte, identificó la comprensión como un elemento complementario a la resolución de problemas, según se indica en la siguiente cita: se debe tratar de comprender todo; los hechos aislados mediante su recopilación con los hechos relacionados, los descubrimientos recientes a través de sus conexiones con lo ya asimilado, lo desconocido por analogía con lo acostumbrado, los resultados especiales mediante la generalización, los resultados generales por medio de la especialización adecuada, las situaciones complejas mediante la separación de las mismas en sus partes constituyentes y los detalles mediante la integración de los mismos dentro de una imagen total. De acuerdo con Polya (1962) esta comprensión no puede clasificarse como

presente o no presente debido a que es más un problema de extensión que de presencia. En particular Polya (1962) identificó cuatro niveles de comprensión como una regla Matemática:

- (a) Mecánica: un método memorizado que puede aplicarse correctamente
- (b) Inductivo: la aceptación de que las exploraciones de casos simples se extienden a casos complejos
- (c) Racional: la aceptación de la prueba de la regla, según se demuestra por alguien más
- (d) Intuitiva: la convicción personal como una verdad más allá de cualquier duda.

Estos niveles califican la comprensión como un conocimiento asociado con reglas Matemáticas.

Existen descripciones similares en escritos de otros investigadores durante este periodo. Por ejemplo, Favell (1997) habló del conocimiento o comprensión numéricos en su análisis de la conservación numérica, mientras que Davis (1978) explicó la dependencia de la comprensión, en cuanto a que el conocimiento se relaciona con conceptos, generalizaciones, procedimientos o hechos numéricos. Lehman (1977) equiparó la comprensión con tres tipos de conocimiento, aplicaciones, significados y relaciones lógicas.

#### **2.2.5.2. Comprensión después de 1978.**

El trabajo de Skemp (1976) distinguió la comprensión del conocimiento y enfatizó las categorías de la comprensión Matemática (Byers y Erlwanger, 1985). En particular, Skemp (1976) clasificó la comprensión racional como saber qué hacer y por qué se debe hacer, y la comprensión instrumental como tener reglas sin una razón. Cada una de estas comprensiones tiene sus propias ventajas.

La comprensión instrumental, de acuerdo con Skemp (1976), tiende a permitir un recuerdo fácil para promover recompensas más tangibles e inmediatas, y para proporcionar un acceso rápido a las respuestas. Por otro lado, la comprensión racional proporciona vías para una transferencia más eficiente, para la extracción de información desde la memoria del estudiante, para lograr que esa comprensión sea una meta por sí misma, y para promover la evolución de la comprensión. Las categorías de la comprensión racional e instrumental generaron una variedad de descripciones diversas como: de procedimientos y de conceptos, concreta y simbólica, intuitiva y formal Byers (1977), mediante la combinación de ideas de Bruner y Skemp, desarrollo una clasificación tetraédrica sobre la comprensión, con las siguientes categorías: instrumental, relacional, intuitiva y formal. Tall (1978) sugirió una matriz de categorías como una comprensión descriptiva.

La formación de una red de estas conexiones proporciona una estructura para situar una nueva información mediante el conocimiento de similitudes, diferencias, relaciones inclusivas y relaciones de transferencia entre modelos. Por lo tanto, el desarrollo de la comprensión resulta un proceso de conectar las representaciones a una red estructurada y cohesiva. El proceso de conexión requiere el conocimiento y los elementos de la red, así como de la estructura como un todo.

A pesar de que actualmente los investigadores separan la comprensión del conocimiento, existen pruebas de que la comunidad de educación Matemática no ha alcanzado un acuerdo unilateral respecto al significado de comprensión, debido a que varios autores se acercan a él desde distintos puntos de vista (Schoeder, 1987). En particular, se han propuesto conceptos constructivistas recientes de la comprensión, además del modelo de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión Matemática y de la teoría APOE de Dubinsky. Esto incluye los marcos tales como los obstáculos cognitivos o epistemológicos (Bachelard, 1938; Cornu, 1991; Sierpinska, 1990), la definición del concepto y la imagen del concepto (Davis y Vinner, 1986;

Tall, 1989), las representaciones múltiples (Kaput, 1985, 1987, 1989). Algunas de estas definiciones tienen elementos comunes, en especial debido a que la mayoría derivan de la perspectiva constructivista subyacente de que la comprensión del estudiante se construye mediante la formación de objetos mentales y de la realización de conexiones entre ellos.

### **2.2.5.3. La comprensión como la superación de obstáculos cognitivos.**

El concepto de obstáculos cognitivos ayuda a identificar las dificultades de los estudiantes, ya que se relaciona con el aprendizaje y después se utilizan para construir mejores estrategias de enseñanza (Cornu, 1991). Los obstáculos cognitivos, fueron definidos en primer plano por Bachelard (1938) y se clasificaron como obstáculos genéticos o psicológicos, obstáculos didácticos u obstáculos epistemológicos, dependiendo de si su aparición se debió al desarrollo personal, a la práctica de la enseñanza, o a la naturaleza de los conceptos Matemáticos (Cornu, 1991). En particular, los obstáculos epistemológicos contienen dos atributos esenciales: son inevitables debido a que la persona construye las comprensiones de algunos conceptos Matemáticos y el desarrollo histórico de su concepto refleja su existencia (Cornu, 1991).

Sierpiska (1990) explico su conceptualización de la comprensión a partir de Lindsay, Hussler, Dilthey, Dewey y Ricoeur, y consideró que la comprensión es un acto, pero un acto relacionado con un proceso de interpretación, que es una dialéctica del desarrollo entre más y más se elaboren suposiciones y se validen dichas suposiciones. Desde esta perspectiva, la comprensión deriva su fundamento en las ideologías, predisposiciones, pre concepciones, conexiones y esquemas de pensamiento no percibidos del estudiante.

Este fundamento puede contener factores que actúan como obstáculos para una construcción futura de la comprensión. La superación de dicho obstáculo requiere que el estudiante experimente

un conflicto mental que ponga en duda sus convicciones. Además, Sierpiska (1987) comentó que, si la presencia de un obstáculo epistemológico en un estudiante se relaciona con una convicción de cualquier tipo, entonces la superación de dicho obstáculo no consistirá en reemplazar esta convicción como opuesta, esto significaría caer en un obstáculo dual. Como resultado, la superación de un obstáculo significa que el estudiante debe despojarse de sus convicciones y analizar dichas creencias desde un punto de vista externo. Al hacerlo, el estudiante reconocerá las suposiciones tacitas responsables de la disonancia cognitiva, y evaluaré las hipótesis alternativas.

Esta evaluación requiere que el estudiante identifique los objetos asociados con el concepto, identifique las propiedades comunes y dispares de los objetos, generalice el alcance de la aplicación de conceptos y finalmente, sintetice la relación entre las propiedades, hechos y objetos para organizarlos en un todo consistente.

No todos los actos de comprensión corresponden a un acto de superación de un obstáculo epistemológico, pero en general, pueden equipararse. Por ejemplo, Sierpiska (1990) expuso que superar los obstáculos epistemológicos y llegar a la comprensión son dos imágenes complementarias de una realidad desconocida sobre los cambios cualitativos importantes de los humanos. Esto sugiere un postulado del análisis epistemológico de los conceptos Matemáticos: estos deberán contener tanto imágenes positivas como negativas, los obstáculos epistemológicos y las condiciones de comprensión. Por lo tanto, a decir de Sierpiska, el uso del análisis epistemológico del concepto Matemático ayuda a determinar la comprensión lograda por un estudiante mediante la observación atenta de sus distintas maneras de percibir un concepto, y de los riesgos inherentes a ellas.

El desarrollo de la comprensión puede describirse en diferentes casos como la conciencia de un obstáculo, la cual permite nuevas vías de conocimiento. Estas nuevas maneras de conocer pueden tener como resultado una adquisición desafortunada de los nuevos obstáculos epistemológicos. En particular, el acto de superar un obstáculo epistemológico puede abrir al estudiante a un dominio mayor que contenga obstáculos epistemológicos adicionales. Desde esta perspectiva, los obstáculos epistemológicos actúan como la dualidad de comprender debido a que los obstáculos epistemológicos se enfocan en forma retrógrada en los errores, y la comprensión observa hacia el futuro las nuevas formas de conocer (Sierpinska, 1990). La medición de profundidad de la comprensión se logra mediante la identificación del número y la calidad de los actos de comprensión logrados, o el número de obstáculos epistemológicos superados. Estos puntos de vista proporcionan imágenes complementarias de los cambios cualitativos en la mente, conforme el estudiante interactúa con los conceptos.

### **CAPÍTULO III: DISEÑO METODOLÓGICO**

#### **3.1. Diseño y Metodología de Investigación.**

##### **3.1.1. Diseño de Investigación.**

Este trabajo se lleva a cabo desde un enfoque cualitativo ya que, para Flick (2007) y Vasilachis (2006), la investigación cualitativa busca teorías empíricas posicionándose desde una perspectiva de comprensión, construyendo y comprendiendo la influencia que ejercen unos sucesos en otros a través de una red de relaciones causales, locales, contextuales y situacionales.

- a) Se combina la participación con la investigación, superando por lo tanto los procedimientos tradicionales de conocimiento llegando a la unión entre la teoría y la práctica.
- b) Se acentúa el compromiso político desde una posición crítica emancipadora.
- c) Se potencia el carácter educativo de la investigación y,
- d) La necesidad de devolver lo investigado a la población como medio de empoderamiento.

### **3.1.2. Metodología de Investigación.**

La metodología de investigación se sitúa desde un estudio de casos. Hernández, Sampieri define el estudio de casos como: “una investigación que mediante los procesos cuantitativo, cualitativo o mixto; se analiza profundamente una unidad para responder al planteamiento del problema, probar hipótesis y desarrollar teoría” (Hernández, Sampieri, 2004).

## **3.2. Población y Muestra.**

### **3.2.1. Población.**

Una población es el conjunto de todos los casos que concuerdan con una serie de especificaciones (Selltiz, 1980). La población seleccionada cuenta con 35 estudiantes de once grado D, de la Escuela Normal Superior del Distrito de Barranquilla.

### **3.2.2. Muestra.**

La muestra es de tipo no probabilístico de donde se escogieron 4 estudiantes de forma intencional, Según (Cuesta, 2009). El muestreo no probabilístico es una técnica de muestreo donde

las muestras se recogen en un proceso que no brinda a todos los individuos de la población iguales oportunidades de ser seleccionados.

Eisenhardt (1989) sugiere entre cuatro y diez casos, y afirma: “Mientras no existe un número ideal de casos, con un rango entre cuatro y diez casos se trabaja bien. Con menos de cuatro casos, es difícil generar teoría con mucha complejidad, y es empíricamente es probablemente inconveniente”. (p. 545)

### **3.3. Técnicas e instrumentos.**

Las técnicas e instrumentos aplicadas en la recolección de datos e información de esta investigación son las siguientes:

- Prueba Diagnóstica.
- Entrevista al Docente.
- Cuestionario a Estudiantes.

**Prueba Diagnóstica.** Según el MEN (2015), La evaluación diagnóstica es un instrumento que permite identificar el desarrollo de los procesos de aprendizaje de los estudiantes de segundo a quinto grado en las áreas de: Matemáticas y lenguaje. Esta prueba se aplicó a los estudiantes de once grado D, de la Escuela Normal Superior del Distrito de Barranquilla, con el propósito de identificar el nivel de conocimiento que tienen los estudiantes en la comprensión del concepto de funciones, para ello, se hizo esta prueba que consta de 8 preguntas: La primera y segunda pregunta se plantearon con el objetivo de ver si el estudiante identificaba qué tipo de función se representaba, la tercera pregunta se diseñó con el propósito de ver si el estudiante podía identificar la función y si era capaz de resolver esta por medio de lo que se pedía, la cuarta pregunta se creó con el objetivo de ver si el estudiante identificaba cuáles eran los valores que puede tomar  $x$  en la

función, en resumen identificar el dominio de esta, la quinta pregunta se propuso con el objetivo de ver si a través de la función propuesta el estudiante podía identificar el valor numérico de ésta reemplazando el valor de  $x$  en la función, la sexta pregunta se aplicó con el propósito de identificar si el estudiante era capaz de reconocer el rango de la función propuesta, la séptima pregunta se aplicó con el fin de ver si el estudiante era capaz de operar con la suma 2 funciones y así ver si presenta dificultades en la operación con signos y la octava y última pregunta se presentó con el objetivo de ver si el estudiante reconocía los tipos de funciones que existen y a través de eso identificar la función propuesta gráficamente. (Anexo 1)

**Entrevista al Docente.** “Esta se define como una reunión para conversar e intercambiar información entre una persona (el entrevistador) y otra (el entrevistado) u otras (entrevistados)” (Sampieri, 2010, p. 418). Esta entrevista se aplicó al docente de Matemáticas de once grado D, de la Escuela Normal Superior del Distrito de Barranquilla, con el propósito de identificar de qué forma el docente transmite su enseñanza y cuáles son las estrategias o recursos tecnológicos empleados para el aprendizaje de los estudiantes. También se diseñó esta entrevista para ver si el docente maneja y se apropia de herramientas tecnológicas en el aula de clases para la enseñanza de las funciones.

La primera pregunta se hizo con el fin de que el docente expresara las dificultades que presentan los estudiantes de once grado en la comprensión de funciones, la segunda pregunta se propuso con el objetivo de saber qué estrategias didácticas utiliza el docente para mejorar el aprendizaje de funciones en once grado, la tercera pregunta se planteó con el objetivo de saber si el docente utiliza recursos tecnológicos para la enseñanza de las funciones, la cuarta pregunta se planteó con el fin de conocer el punto de vista del docente con respecto a si los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de las Matemáticas en los estudiantes y la quinta y última pregunta se diseñó con el

objetivo de saber si el docente ha recibido algún tipo de capacitación con relación a los Softwares Matemáticos y si así fue, cuál fue su experiencia. (Anexo 3)

**Cuestionario a Estudiantes.** Hurtado (2000). un cuestionario “es un instrumento que agrupa una serie de preguntas relativas a un evento, situación o temática particular, sobre el cual el investigador desea obtener información”. El cuestionario consta de 6 preguntas, se aplicó con el objetivo de que el estudiante seleccionara el nivel de cada pregunta propuesta y así conocer su punto de vista en base a la metodología del docente.

La primera pregunta se aplicó con el objetivo de ver cuál es la opinión del estudiante con respecto a sí el docente utiliza materiales de apoyo relacionados con el tema tratado, la segunda pregunta se diseñó con el fin de ver la comprensión de la metodología aplicada por el docente, la tercera pregunta se propuso con la intención de que el estudiante reconozca si el docente utiliza recursos tecnológicos como herramienta de apoyo para el proceso de enseñanza-aprendizaje, la cuarta pregunta se diseñó con el propósito de ver la opinión del estudiante en relación con los recursos tecnológicos y ver si estas facilitan el aprendizaje de las Matemáticas, la quinta pregunta se empleó con el objetivo de identificar el nivel de frecuencia con que el estudiante quiera que el docente utilice recursos tecnológicos en el aula para la enseñanza de las Matemáticas y la sexta y última pregunta se diseñó con la intención de identificar si el estudiante le gustó trabajar con el Software GeoGebra y si le gustaría utilizarlo más a menudo. (Anexo 5)

## CAPÍTULO IV: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

### 4.1. Recolección o producción de información

#### 4.1.1. Resultados de la Prueba Diagnóstica.

Se aplicó la prueba diagnóstica a una muestra seleccionada de cuatro estudiantes de once grado D, conformada por 8 preguntas y con una duración de 15 minutos, que tuvo como propósito conocer las fortalezas y dificultades que tienen los estudiantes de la Escuela Normal Superior del Distrito de Barranquilla sobre el concepto de función; los resultados obtenidos muestran que los estudiantes identifican los tipos de funciones que existen pero presentan dificultades al momento de darle valor a  $x$  en la función, también son capaces de identificar gráficamente una función, sin embargo, presentan dificultades a la hora de hallar dominio y rango, así como también operar con dos tipos distintos de funciones.

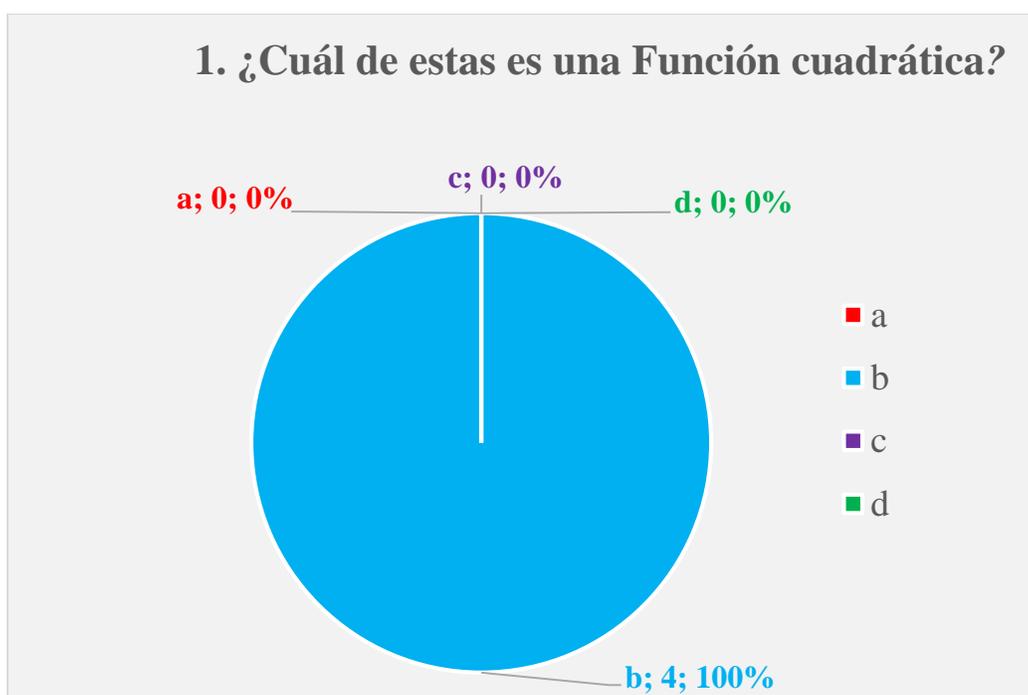
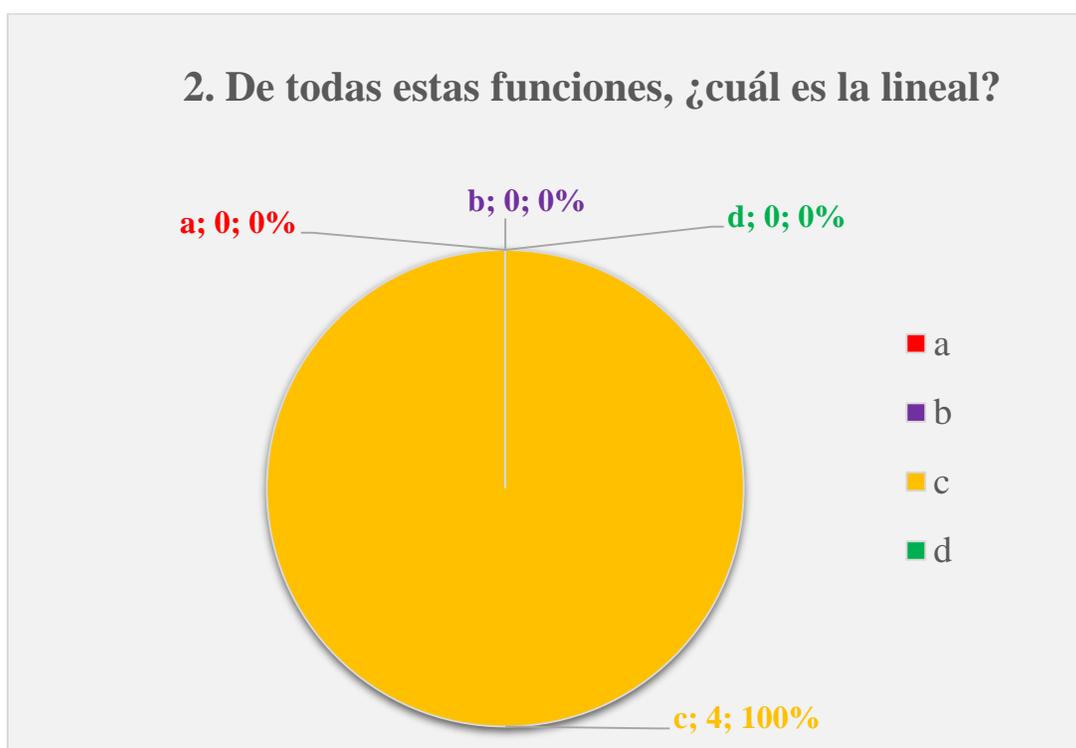


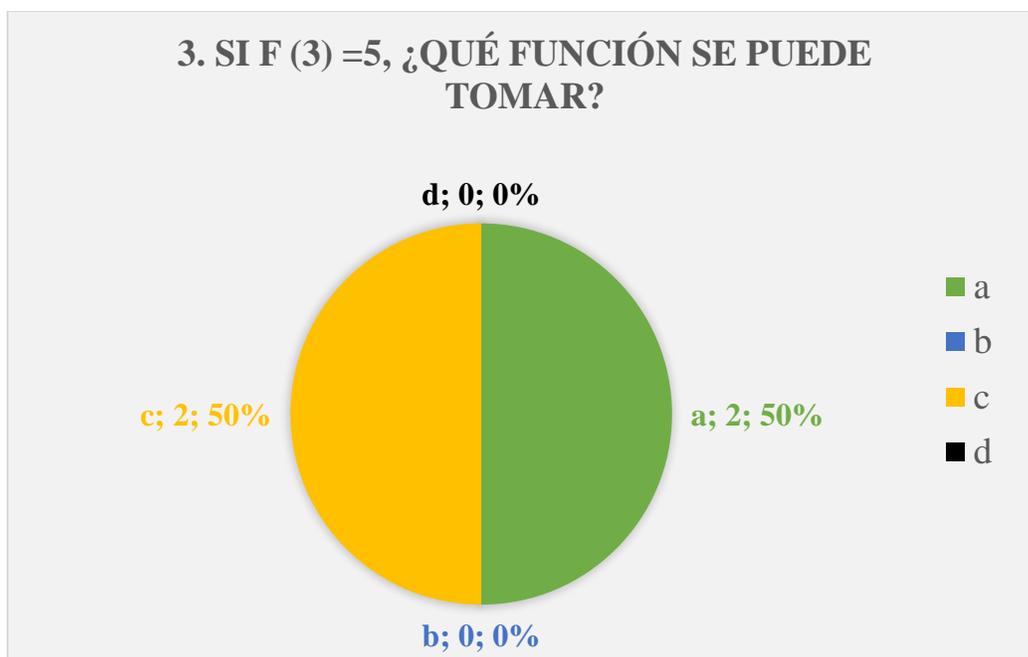
Figura 5. Resultados de la primera pregunta de la prueba diagnóstica

De las respuestas elegidas por los estudiantes a esta pregunta se puede afirmar que un porcentaje del 100% de ellos, lo que equivale a un total de 4 estudiantes respondió correctamente a la pregunta, lo cual indica que la respuesta correcta es la b).



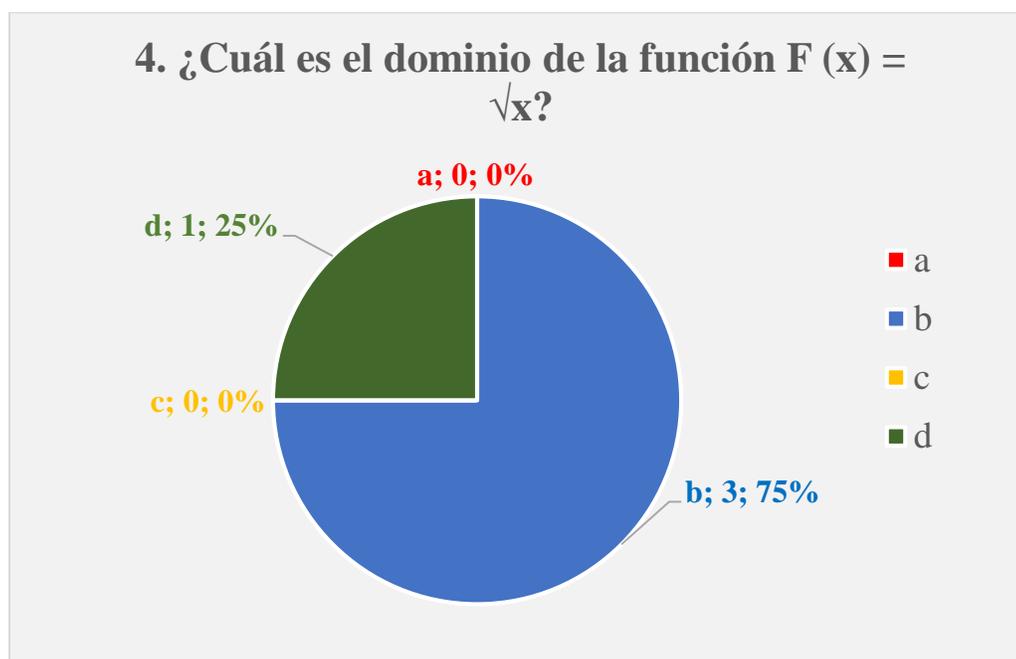
*Figura 6.* Resultados de la segunda pregunta de la prueba diagnóstica

De las respuestas elegidas por los estudiantes a esta pregunta se puede afirmar que un porcentaje del 100% de ellos, lo que equivale a un total de 4 estudiantes respondió correctamente a la pregunta, lo cual indica que la respuesta correcta es la c).



*Figura 7.* Resultados de la tercera pregunta de la prueba diagnóstica

De las respuestas elegidas por los estudiantes a esta pregunta se puede afirmar que un porcentaje del 50% de ellos, lo que equivale a 2 estudiantes respondieron incorrectamente, eligiendo la c) y un porcentaje del 50% respondió correctamente, eligiendo la a).



*Figura 8.* Resultados de la cuarta pregunta de la prueba diagnóstica

De las respuestas elegidas por los estudiantes se puede afirmar que un porcentaje del 75% de ellos, lo que equivale a 3 estudiantes respondió incorrectamente, eligiendo la b) y un porcentaje del 25%, lo que equivale a 1 un estudiante también respondió incorrectamente eligiendo la d), por tanto, ninguno eligió la respuesta correcta que es la c).

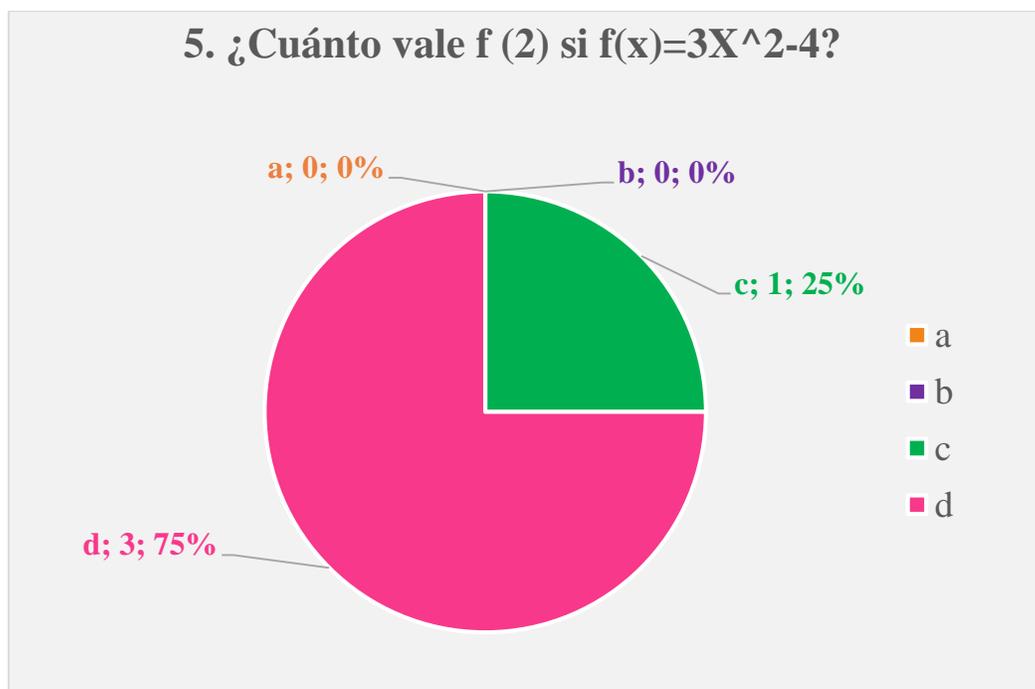


Figura 9. Resultados de la quinta pregunta de la prueba diagnóstica

De las respuestas elegidas por los estudiantes se puede afirmar que un porcentaje del 75% de ellos, que equivale a 3 estudiantes respondió correctamente, eligiendo la d) y un porcentaje del 25% lo que equivale a 1 estudiante respondió incorrectamente eligiendo la c).

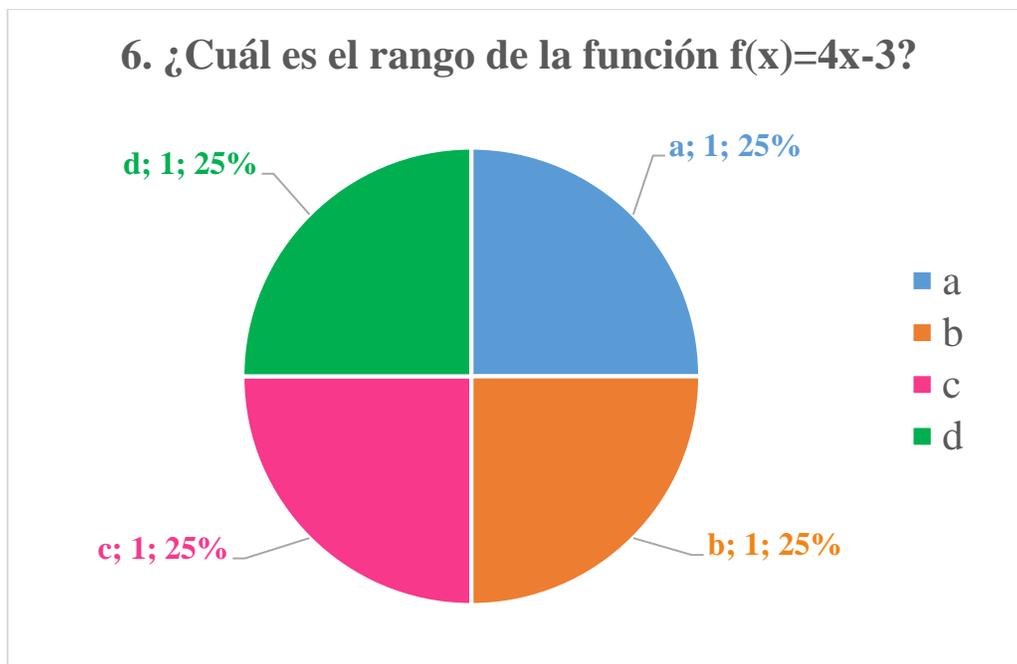


Figura 10. Resultados de la sexta pregunta de la prueba diagnóstica

De las respuestas elegidas por los estudiantes se puede afirmar que cada uno de ellos escogió una respuesta diferente, lo que equivale a un porcentaje del 25% cada uno. Sin embargo, sólo uno de los estudiantes respondió correctamente, por tanto, la respuesta correcta es la a).

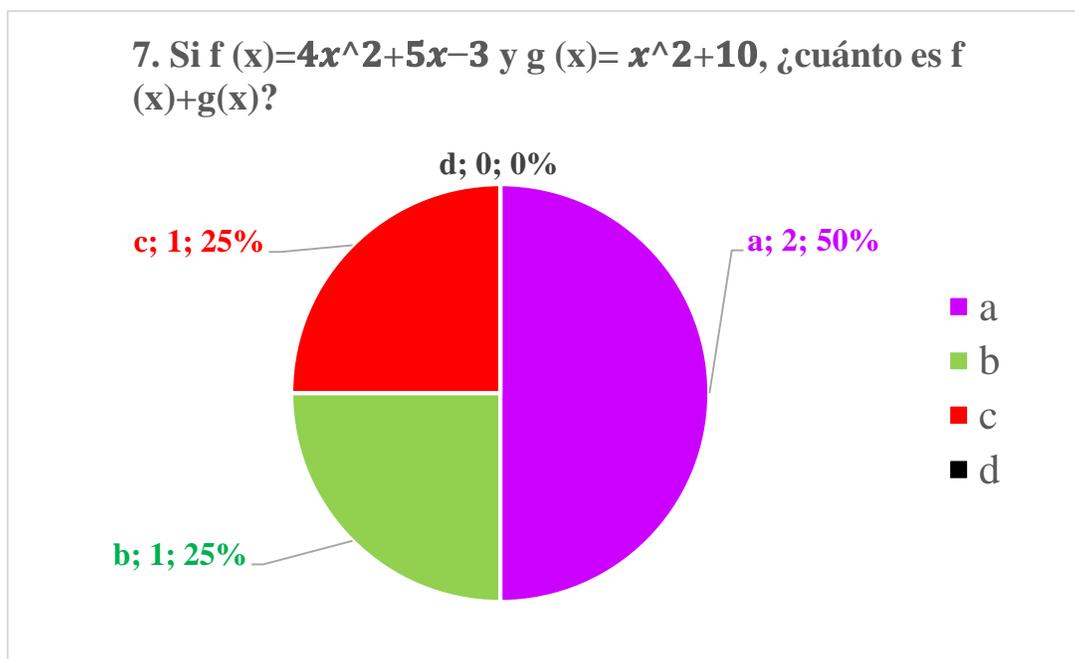
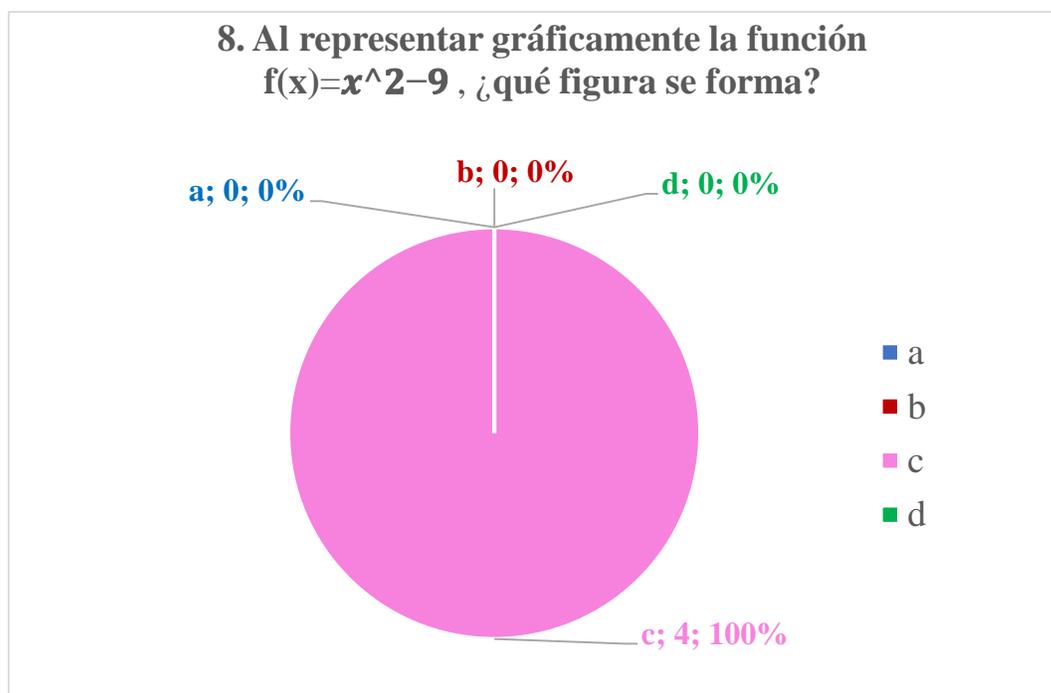


Figura 11. Resultados de la séptima pregunta de la prueba diagnóstica

De las respuestas elegidas por los estudiantes se puede afirmar que un porcentaje del 50% de ellos, lo que equivale a 2 estudiantes respondió incorrectamente eligiendo la a), un porcentaje del 25%, lo que equivale a 1 estudiante respondió incorrectamente eligiendo la c) y un porcentaje del 25% respondió correctamente eligiendo la b).



*Figura 12.* Resultados de la octava pregunta de la prueba diagnóstica

De las respuestas elegidas por los estudiantes se puede afirmar que un porcentaje del 100% de ellos, lo que equivale a 4 estudiantes respondió de manera correcta a la pregunta, puesto que la respuesta correcta es la c).

#### 4.1.2. Resultados de la Entrevista al docente.

La entrevista fue realizada al docente de Matemáticas de once grado D de la Escuela Normal Superior del Distrito de Barraquilla, se realiza una descripción de los resultados obtenidos por medio de una tabla, donde se ubica la descripción de las preguntas y la descripción de las respuestas

del docente. Cabe resaltar que la entrevista, se realizó de manera escrita mientras se dialogaba con el docente.

*Tabla 2.* Resultados de la entrevista al docente.

<b>Descripción de las preguntas</b>	<b>Descripción de las respuestas del docente</b>
<b>1. ¿Qué dificultades presentan los estudiantes de once grado en la comprensión de funciones?</b>	La mayor dificultad que tienen los estudiantes de once grado está en la parte operativa, no tanto en la parte conceptual, la parte conceptual la entienden cuando el procedimiento se explica en el tablero pero cuando vamos al algebra que tiene sus cimientos en octavo no la tienen clara debido a que en el procedimiento algebraico fallan.
<b>2. ¿Qué estrategias didácticas utiliza para mejorar el aprendizaje de funciones en los estudiantes de once grado?</b>	Utilizo el Software GeoGebra, Derive, con ellos vamos a aplicaciones dependiendo del tema, todo lo que sea tecnológico está a la mano, lo único en lo que soy muy estricto es cuando ya vamos a trabajar la parte operativa de ahí me olvido un poco de la parte tecnológica.
<b>3. ¿Utiliza recursos tecnológicos para la enseñanza de las funciones?, ¿cuáles?</b>	Si, como mencioné anteriormente trabajo GeoGebra, a parte los cursos de once están dotados ya que disponen de video beam y simplemente sería llevar el computador

---

portátil y trabajar la parte de GeoGebra, también cuando encuentro una App en los celulares siempre les digo que la descarguen para que verifiquen lo que van haciendo.

---

**4. ¿Considera usted que los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de las Matemáticas en los estudiantes?**

Si los facilita, por lo menos en el caso de graficar funciones es muy fácil después de que comprendan la parte operativa y manejen la parte en error, es muy fácil graficar una función ya sea de valor absoluto o funciones racionales, de esas funciones complejas que cuando nosotros no disponíamos de esos recursos demorábamos de hasta dos o tres horas para poder graficar, hoy día ellos lo pueden hacer en menos tiempo entonces si facilita mucho.

---

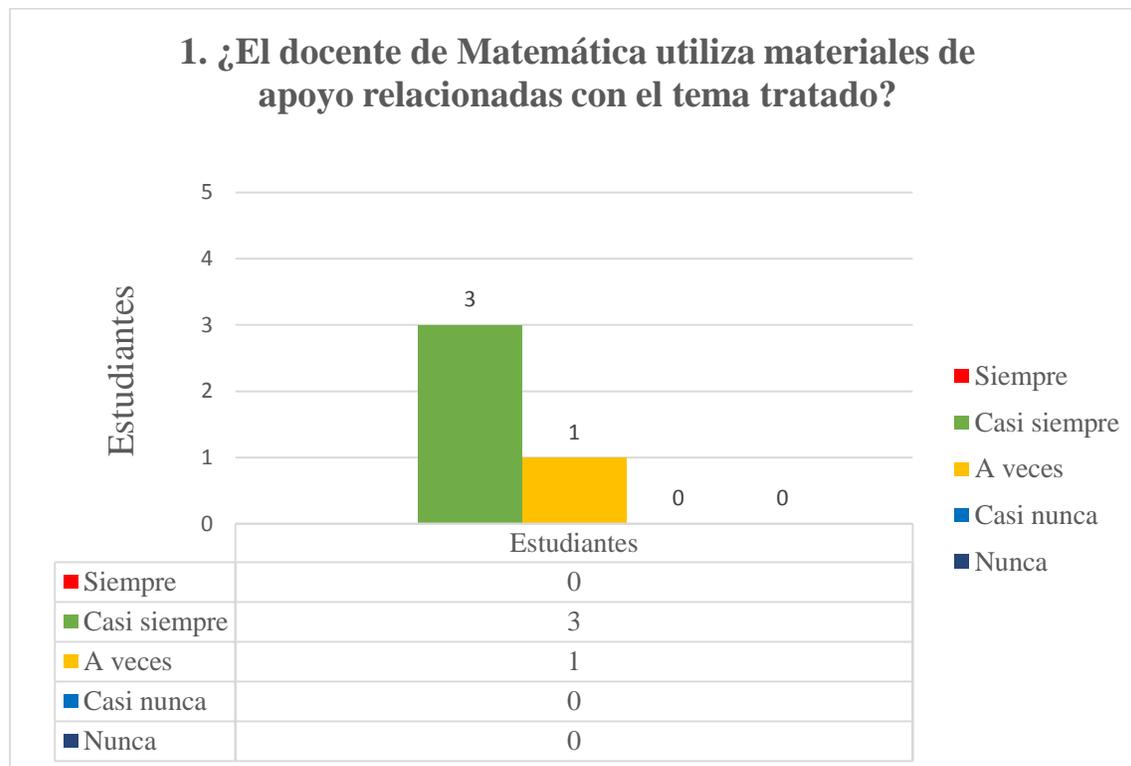
**5. ¿A recibido usted algún tipo de capacitación en softwares Matemáticos? si así fue, ¿cómo fue esa experiencia?**

Realmente no, lo que sé de Software y programas es porque soy bastante curioso y cuando tengo un programa lo manipulo y trato de manejarlo y cuando lo utilizo en mis estudiantes es porque tengo las bases claras sobre eso, también tengo conocimiento con Mathlab, flot blog y wólfram alpha que lo uso en línea y es el que te da todo.

---

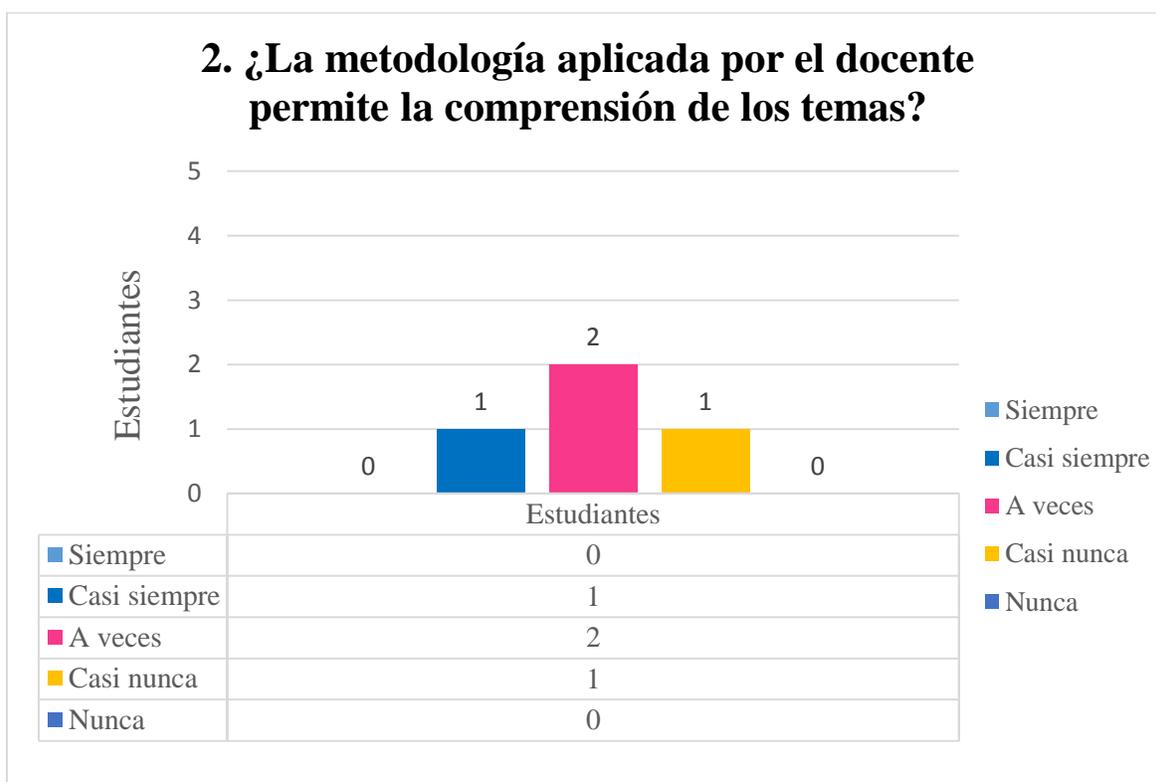
### 4.1.3. Resultados del Cuestionario a Estudiantes.

Se aplicó un cuestionario a una muestra seleccionada de cuatro estudiantes de once grado D, conformada por 6 preguntas y con una duración de 10 minutos, que tuvo como propósito saber que tanto consideran los estudiantes que el docente utilice los recursos tecnológicos como metodología de enseñanza, con qué frecuencia les gustaría que el docente utilice tecnología en la enseñanza-aprendizaje y que tanto consideran que los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de las Matemáticas; los resultados obtenidos muestran que los estudiantes casi siempre utilizan materiales de apoyo como los recursos tecnológicos empleados por el docente, se presenta que los estudiantes se sienten motivados para que el docente utilice recursos tecnológicos en la enseñanza de las Matemáticas, también consideran que a veces la metodología del docente permite la comprensión de los temas y se sienten motivados para volver a trabajar con el Software GeoGebra.



*Figura 13.* Resultados de la primera pregunta del cuestionario a estudiantes

De las respuestas elegidas por los estudiantes a esta pregunta se puede decir que 3 estudiantes de la muestra consideran casi siempre y 1 estudiante considera que a veces el docente de Matemáticas utiliza materiales de apoyo relacionado con el tema tratado.



*Figura 14.* Resultados de la segunda pregunta del cuestionario a estudiantes

De las respuestas elegidas por los estudiantes a esta pregunta se puede decir que 1 estudiante de la muestra considera casi siempre, 2 estudiantes consideran a veces y 1 estudiante considera que casi nunca la metodología aplicada por el docente permite la comprensión de los temas.

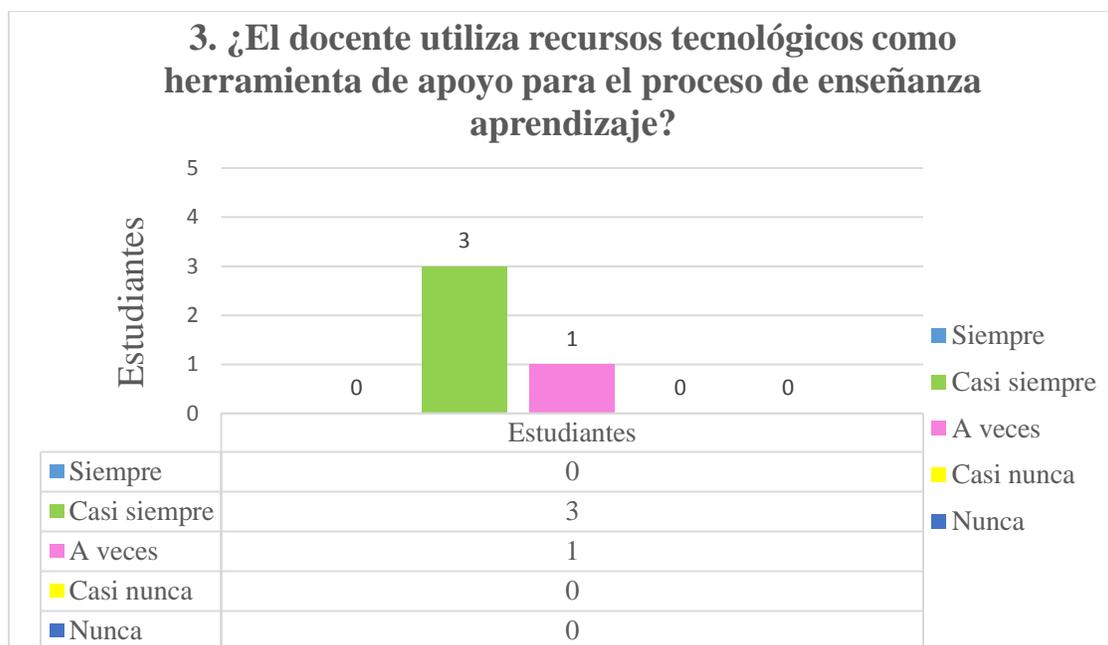


Figura 15. Resultados de la tercera pregunta del cuestionario a estudiantes

De las respuestas elegidas por los estudiantes a esta pregunta se puede decir que 3 estudiantes de la muestra consideran casi siempre y 1 estudiante considera que a veces el docente utiliza recursos tecnológicos como herramienta de apoyo para el proceso de enseñanza-aprendizaje.

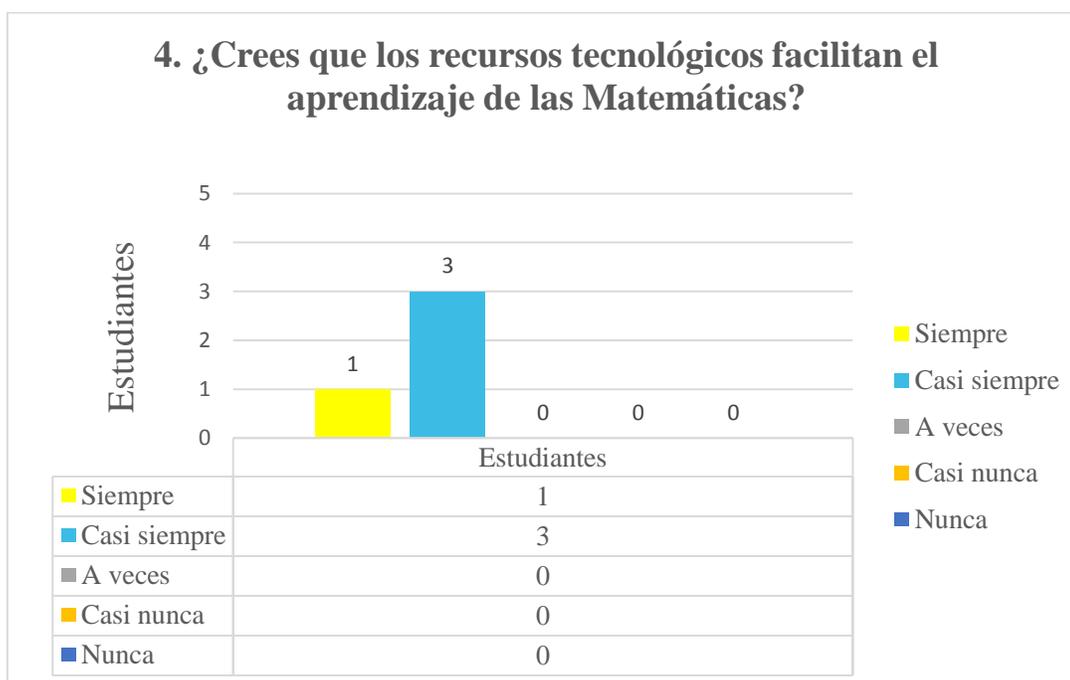
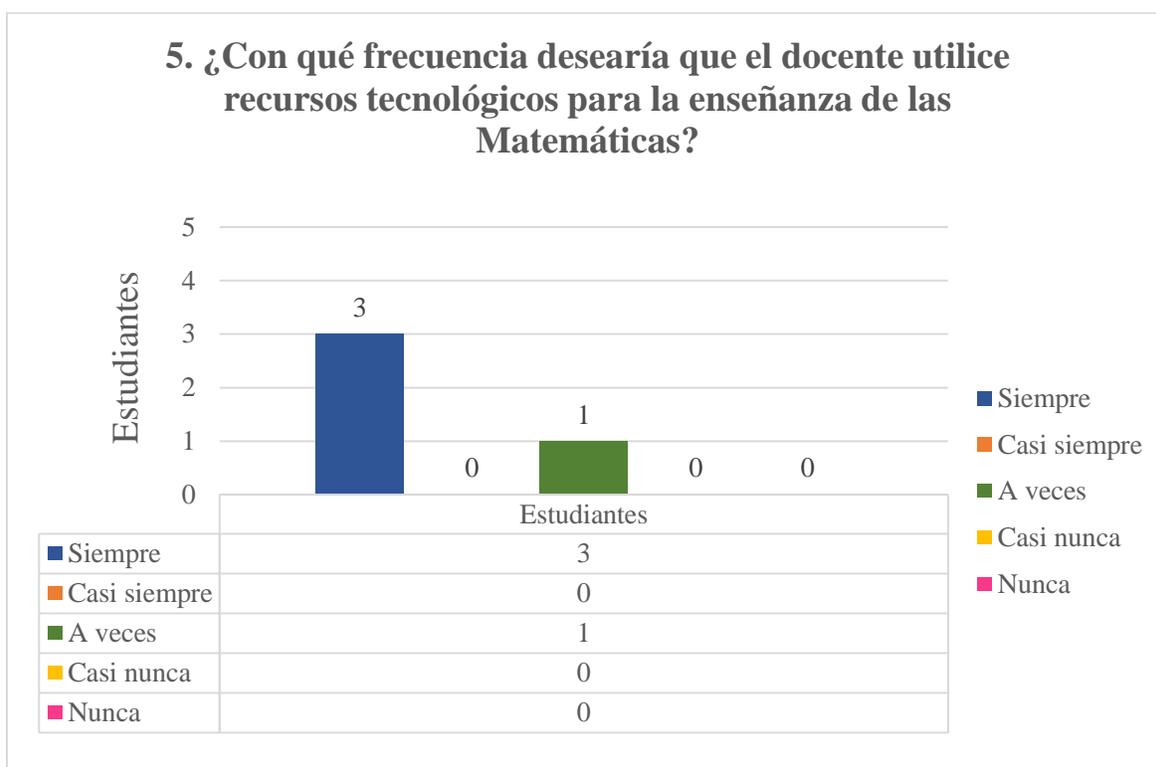


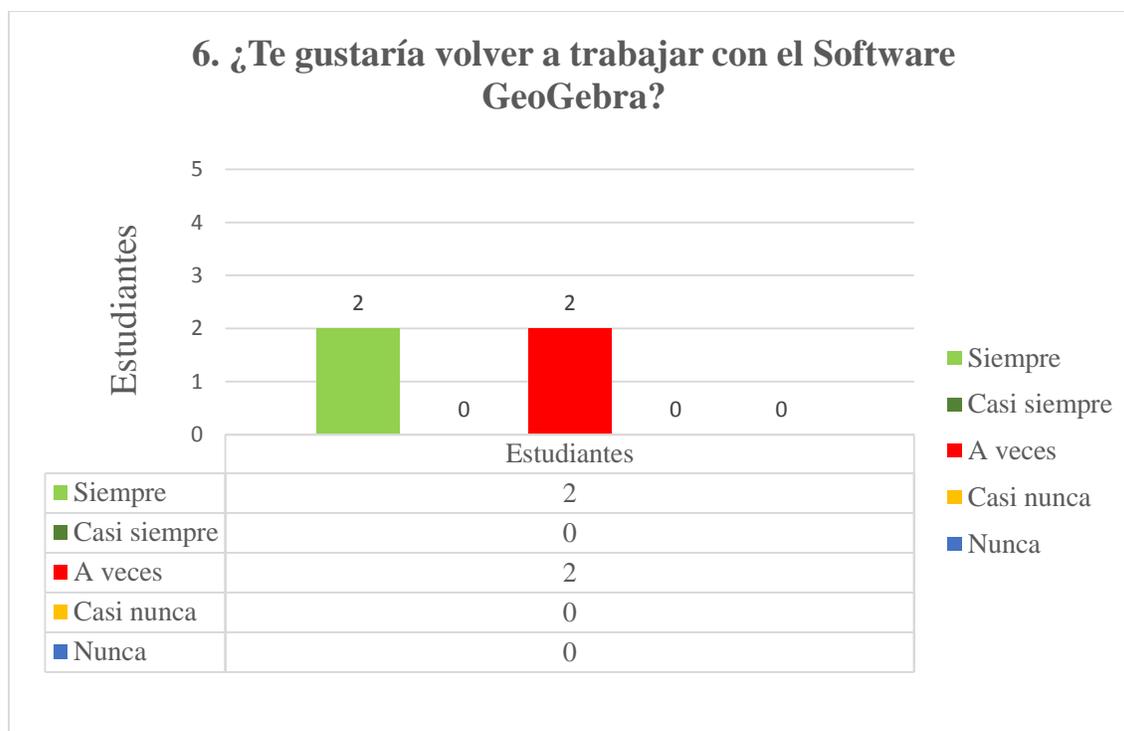
Figura 16. Resultados de la tercera pregunta del cuestionario a estudiantes

De las respuestas elegidas por los estudiantes a esta pregunta se puede decir que 3 estudiantes de la muestra consideran casi siempre y 1 estudiante considera que siempre los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de las Matemáticas.



*Figura 17.* Resultados de la quinta pregunta del cuestionario a estudiantes

De las respuestas elegidas por los estudiantes a esta pregunta se puede decir que 3 estudiantes de la muestra consideran siempre y 1 estudiante considera que a veces desea que el docente utilice recursos tecnológicos para la enseñanza de las Matemáticas.



*Figura 18.* Resultados de la sexta pregunta del cuestionario a estudiantes

De las respuestas elegidas por los estudiantes a esta pregunta se puede decir que 2 estudiantes de la muestra consideran siempre y 2 estudiantes consideran a veces volver a trabajar con el software GeoGebra.

## 4.2. Análisis e interpretación de la información.

### 4.2.1. Análisis e interpretación de la prueba diagnóstica.

#### Análisis detallado de la pregunta 1.

1) ¿Cuál de estas es una Función cuadrática?

<p>1. ¿Cuál de estas es una Función cuadrática?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>x+4</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> B. <math>3x^2 - 5x + 6</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>\frac{1}{x}</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>2x+6</math></p>	<p>1. ¿Cuál de estas es una Función cuadrática?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>x+4</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> B. <math>3x^2 - 5x + 6</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>\frac{1}{x}</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>2x+6</math></p>
<p>1. ¿Cuál de estas es una Función cuadrática?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>x+4</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> B. <math>3x^2 - 5x + 6</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>\frac{1}{x}</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>2x+6</math></p>	<p>1. ¿Cuál de estas es una Función cuadrática?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>x+4</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> B. <math>3x^2 - 5x + 6</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>\frac{1}{x}</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>2x+6</math></p>

Figura 19. Análisis de las primeras preguntas de la prueba diagnóstica

Con respecto a las respuestas elegidas a esta primera pregunta, se pudo evidenciar que los estudiantes identifican los tipos de funciones, entre estas la cuadrática, cúbica, etc. También se evidenció que los estudiantes eran capaces de saber el tipo de función de acuerdo a su representación gráfica.

### Análisis detallado de la pregunta 2.

2) De todas estas funciones, ¿cuál es la lineal?

<p>2. De todas estas funciones, ¿cuál es la lineal?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>4x^2</math></p> <p><input type="radio"/> B. 7</p> <p><input checked="" type="radio"/> C. <math>6x-1</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>\sqrt[3]{3x^3-8}</math></p>	<p>2. De todas estas funciones, ¿cuál es la lineal?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>4x^2</math></p> <p><input type="radio"/> B. 7</p> <p><input checked="" type="radio"/> C. <math>6x-1</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>\sqrt[3]{3x^3-8}</math></p>
<p>2. De todas estas funciones, ¿cuál es la lineal?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>4x^2</math></p> <p><input type="radio"/> B. 7</p> <p><input checked="" type="radio"/> C. <math>6x-1</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>\sqrt[3]{3x^3-8}</math></p>	<p>2. De todas estas funciones, ¿cuál es la lineal?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>4x^2</math></p> <p><input type="radio"/> B. 7</p> <p><input checked="" type="radio"/> C. <math>6x-1</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>\sqrt[3]{3x^3-8}</math></p>

Figura 20. Análisis de las segundas preguntas de la prueba diagnóstica

Con respecto a las respuestas elegidas a las preguntas como se dijo anteriormente, los estudiantes identifican los tipos de funciones que existen y también se evidenció que los estudiantes eran capaces de saber el tipo de función de acuerdo a su representación gráfica.

### Análisis detallado de la pregunta 3.

2) Si  $f(3) = 5$ , ¿qué función se puede tomar?

<p>3. Si <math>f(3) = 5</math>, ¿qué función se puede tomar?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>x+2</math></p> <p><input type="radio"/> B. <math>x</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> C. <math>4x-2</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>\sqrt[2]{9x}</math></p>	<p>3. Si <math>f(3) = 5</math>, ¿qué función se puede tomar?</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. <math>x+2</math></p> <p><input type="radio"/> B. <math>x</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>4x-2</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>\sqrt[2]{9x}</math></p>
<p>3. Si <math>f(3) = 5</math>, ¿qué función se puede tomar?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>x+2</math></p> <p><input type="radio"/> B. <math>x</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> C. <math>4x-2</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>\sqrt[2]{9x}</math></p>	<p>3. Si <math>f(3) = 5</math>, ¿qué función se puede tomar?</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. <math>x+2</math></p> <p><input type="radio"/> B. <math>x</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>4x-2</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>\sqrt[2]{9x}</math></p>

Figura 21. Análisis de las terceras preguntas de la prueba diagnóstica

Con respecto a las respuestas se evidencia que los estudiantes presentan dificultades con respecto al valor numérico de una función pues no supieron hallar la función que reemplazando la  $x$  a 3 diera como resultado el número 5.

#### Análisis detallado de la pregunta 4.

4) ¿Cuál es el dominio de la función  $F(x) = \sqrt{x}$ ?

<p>4. ¿Cuál es el dominio de la función <math>F(x) = \sqrt{x}</math> ?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>[9, +\infty)</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> B. <math>(-\infty, +\infty)</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>[0, +\infty)</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>(-\infty, 0)</math></p>	<p>4. ¿Cuál es el dominio de la función <math>F(x) = \sqrt{x}</math> ?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>[9, +\infty)</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> B. <math>(-\infty, +\infty)</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>[0, +\infty)</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>(-\infty, 0)</math></p>
<p>4. ¿Cuál es el dominio de la función <math>F(x) = \sqrt{x}</math> ?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>[9, +\infty)</math></p> <p><input type="radio"/> B. <math>(-\infty, +\infty)</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>[0, +\infty)</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> D. <math>(-\infty, 0)</math></p>	<p>4. ¿Cuál es el dominio de la función <math>F(x) = \sqrt{x}</math> ?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>[9, +\infty)</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> B. <math>(-\infty, +\infty)</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>[0, +\infty)</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>(-\infty, 0)</math></p>

Figura 22. Análisis de las cuartas preguntas de la prueba diagnóstica

Al nosotros hablar de las respuestas elegidas pudimos notar que los estudiantes presentan dificultades a la hora de calcular el dominio de la función debido a que ninguno respondió a la respuesta correcta que era la C por ser raíz de  $x$  sólo toma valores del cero hasta los números que están a la derecha del cero.

#### Análisis detallado de la pregunta 5.

5) ¿Cuánto vale  $f(2)$  si  $f(x) = 3x^2 - 4$ ?

<p>5. ¿Cuánto vale <math>f(2)</math> si <math>f(x) = 3x^2 - 4</math>?</p> <p><input type="radio"/> A. 2</p> <p><input type="radio"/> B. 6</p> <p><input checked="" type="radio"/> C. 1</p> <p><input type="radio"/> D. 8</p>	<p>5. ¿Cuánto vale <math>f(2)</math> si <math>f(x) = 3x^2 - 4</math>?</p> <p><input type="radio"/> A. 2</p> <p><input type="radio"/> B. 6</p> <p><input type="radio"/> C. 1</p> <p><input checked="" type="radio"/> D. 8</p>
<p>5. ¿Cuánto vale <math>f(2)</math> si <math>f(x) = 3x^2 - 4</math>?</p> <p><input type="radio"/> A. 2</p> <p><input type="radio"/> B. 6</p> <p><input type="radio"/> C. 1</p> <p><input checked="" type="radio"/> D. 8</p>	<p>5. ¿Cuánto vale <math>f(2)</math> si <math>f(x) = 3x^2 - 4</math>?</p> <p><input type="radio"/> A. 2</p> <p><input type="radio"/> B. 6</p> <p><input type="radio"/> C. 1</p> <p><input checked="" type="radio"/> D. 8</p>

Figura 23. Análisis de las quintas preguntas de la prueba diagnóstica

Podemos ver en estas respuestas que 3 estudiantes respondieron a la respuesta correcta y sólo un estudiante de la muestra respondió mal, los estudiantes reconocen el valor de la función obtenía al calcularla reemplazando el valor de  $x$  en la función dada.

#### Análisis detallado de la pregunta 6.

6) ¿Cuál es el rango de la función  $f(x) = 4x - 3$ ?

<p>6. ¿Cuál es el rango de la función <math>f(x)=4x-3</math>?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>\mathbb{R}</math></p> <p><input type="radio"/> B. <math>(1,8)</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>(0, +\infty)</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> D. <math>[0, +\infty)</math></p>	<p>6. ¿Cuál es el rango de la función <math>f(x)=4x-3</math>?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>\mathbb{R}</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> B. <math>(1,8)</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>(0, +\infty)</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>[0, +\infty)</math></p>
<p>6. ¿Cuál es el rango de la función <math>f(x)=4x-3</math>?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>\mathbb{R}</math></p> <p><input type="radio"/> B. <math>(1,8)</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> C. <math>(0, +\infty)</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>[0, +\infty)</math></p>	<p>6. ¿Cuál es el rango de la función <math>f(x)=4x-3</math>?</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. <math>\mathbb{R}</math></p> <p><input type="radio"/> B. <math>(1,8)</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>(0, +\infty)</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>[0, +\infty)</math></p>

Figura 24. Análisis de las sextas preguntas de prueba diagnóstica

De las respuestas elegidas por los estudiantes en esta pregunta podemos ver que presentan dificultades al momento de calcular el rango de una función debido a que presentan ciertas confusiones, confunden a veces las funciones racionales con las irracionales y por eso es que se presentan este tipo de dificultades en la escogencia de la respuesta correcta.

#### Análisis detallado de la pregunta 7.

7) Si  $f(x)=4x^2 + 5x - 3$  y  $g(x)=x^2 + 10$ , ¿cuánto es  $f(x)+g(x)$ ?

<p>7. Si <math>f(x)=4x^2 + 5x - 3</math> y <math>g(x)=x^2 + 10</math>, ¿cuánto es <math>f(x)+g(x)</math>?</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. <math>2x^2 - 6x + 1</math></p> <p><input type="radio"/> B. <math>5x^2 + 5x + 7</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>6x^2 + 3x - 5</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>5x^2 - 5x - 7</math></p>	<p>7. Si <math>f(x)=4x^2 + 5x - 3</math> y <math>g(x)=x^2 + 10</math>, ¿cuánto es <math>f(x)+g(x)</math>?</p> <p><input checked="" type="radio"/> A. <math>2x^2 - 6x + 1</math></p> <p><input type="radio"/> B. <math>5x^2 + 5x + 7</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>6x^2 + 3x - 5</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>5x^2 - 5x - 7</math></p>
<p>7. Si <math>f(x)=4x^2 + 5x - 3</math> y <math>g(x)=x^2 + 10</math>, ¿cuánto es <math>f(x)+g(x)</math>?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>2x^2 - 6x + 1</math></p> <p><input type="radio"/> B. <math>5x^2 + 5x + 7</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> C. <math>6x^2 + 3x - 5</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>5x^2 - 5x - 7</math></p>	<p>7. Si <math>f(x)=4x^2 + 5x - 3</math> y <math>g(x)=x^2 + 10</math>, ¿cuánto es <math>f(x)+g(x)</math>?</p> <p><input type="radio"/> A. <math>2x^2 - 6x + 1</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> B. <math>5x^2 + 5x + 7</math></p> <p><input type="radio"/> C. <math>6x^2 + 3x - 5</math></p> <p><input type="radio"/> D. <math>5x^2 - 5x - 7</math></p>

Figura 25. Análisis de las séptimas preguntas de la prueba diagnóstica

Cabe destacar que en esta pregunta se pidió que el estudiante operara las dos funciones dadas y que el resultado obtenido lo marcara, sólo un estudiante logro dar con la respuesta correcta, por lo que se puede inferir que también existe dificultad a la hora de operar con funciones, también por el hecho de las leyes de signos en la parte operativa.

#### Análisis detallado de la pregunta 8.

8) Al representar gráficamente la función  $f(x)=x^2 - 9$ , ¿qué figura se forma?

<p>8. Al representar gráficamente la función <math>f(x) = x^2 - 9</math>, ¿qué figura se forma?</p> <p><input type="radio"/> A. una línea ondulada</p> <p><input type="radio"/> B. una línea recta</p> <p><input checked="" type="radio"/> C. una parábola</p> <p><input type="radio"/> D. una línea partida en dos</p>	<p>8. Al representar gráficamente la función <math>f(x) = x^2 - 9</math>, ¿qué figura se forma?</p> <p><input type="radio"/> A. una línea ondulada</p> <p><input type="radio"/> B. una línea recta</p> <p><input checked="" type="radio"/> C. una parábola</p> <p><input type="radio"/> D. una línea partida en dos</p>
<p>8. Al representar gráficamente la función <math>f(x) = x^2 - 9</math>, ¿qué figura se forma?</p> <p><input type="radio"/> A. una línea ondulada</p> <p><input type="radio"/> B. una línea recta</p> <p><input checked="" type="radio"/> C. una parábola</p> <p><input type="radio"/> D. una línea partida en dos</p>	<p>8. Al representar gráficamente la función <math>f(x) = x^2 - 9</math>, ¿qué figura se forma?</p> <p><input type="radio"/> A. una línea ondulada</p> <p><input type="radio"/> B. una línea recta</p> <p><input checked="" type="radio"/> C. una parábola</p> <p><input type="radio"/> D. una línea partida en dos</p>

Figura 26. Análisis de las octavas preguntas de la prueba diagnóstica

En esta última pregunta la respuesta escogida por los estudiantes es la respuesta correcta por lo que podemos inferir que los estudiantes saben interpretar una función y representación gráfica ya que cualquier función que se le presente conocen su interpretación debido a su destreza a la hora de graficarla por medio de los valores que toma  $x$ .

#### 4.2.2. Análisis e interpretación de la entrevista al docente.

Tabla 3. Análisis de la entrevista al docente.

Preguntas	Análisis de la entrevista
1. ¿Qué dificultades presentan los estudiantes de once grado en la comprensión de funciones?	En base a la respuesta del docente se puede analizar que los estudiantes no poseen un buen manejo de la parte operativa en las

---

	funciones debido a que en la parte algebraica presentan debilidades.
<b>2. ¿Qué estrategias didácticas utiliza para mejorar el aprendizaje de funciones en los estudiantes de once grado?</b>	Según lo dicho por el docente se puede inferir que él utiliza como estrategias didácticas Software Matemáticos y los emplea en el aula de clase dependiendo del tema, sin embargo, no se olvida de la parte operativa.
<b>3. ¿Utiliza recursos tecnológicos para la enseñanza de las funciones? ¿cuáles?</b>	De la respuesta del docente se puede decir que si utiliza recursos tecnológicos como video beam, ya que en el aula de clase existe esa disponibilidad, y con ello se trabaja GeoGebra, también utiliza App que los estudiantes puedan descargar libremente.
<b>4. ¿Considera usted que los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de las Matemáticas en los estudiantes?</b>	Según la respuesta del docente, él afirma que los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de la Matemática en los estudiantes y planteó un ejemplo en el caso de graficar funciones. Después de que comprendan la parte operativa se les hace muy sencillo graficar funciones.

---

**5. ¿A recibido usted algún tipo de capacitación en softwares Matemáticos? si así fue, ¿cómo fue esa experiencia?** De lo dicho por el docente se puede analizar que él no ha recibido ningún tipo de capacitación en Software Matemáticos. Todo lo que sabe o ha aplicado se debe a que él mismo se ha puesto a indagar y manipular distintos programas y Software Matemáticos.

#### 4.2.3. Análisis e interpretación del cuestionario a los estudiantes.

##### Análisis de la pregunta 1

<p><b>1. ¿El docente de Matemática utiliza materiales de apoyo relacionadas con el tema tratado?</b></p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>	<p><b>1. ¿El docente de Matemática utiliza materiales de apoyo relacionadas con el tema tratado?</b></p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>
<p><b>1. ¿El docente de Matemática utiliza materiales de apoyo relacionadas con el tema tratado?</b></p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>	<p><b>1. ¿El docente de Matemática utiliza materiales de apoyo relacionadas con el tema tratado?</b></p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>

Figura 27. Análisis de las primeras preguntas del cuestionario a estudiantes

1) ¿El docente de Matemática utiliza materiales de apoyo relacionadas con el tema tratado?

De la primera pregunta del cuestionario a los estudiantes, podemos inferir que el docente con frecuencia utiliza materiales de apoyo relacionados con el tema tratado.

### Análisis de la pregunta 2

2) ¿La metodología aplicada por el docente permite la comprensión de los temas?

<p>2. ¿La metodología aplicada por el docente permite la comprensión de los temas?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>	<p>2. ¿La metodología aplicada por el docente permite la comprensión de los temas?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input checked="" type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>
<p>2. ¿La metodología aplicada por el docente permite la comprensión de los temas?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>	<p>2. ¿La metodología aplicada por el docente permite la comprensión de los temas?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>

Figura 28. Análisis de las segundas preguntas del cuestionario a estudiantes

De las repuestas elegidas por los estudiantes, se evidencia que no es tan frecuente que el docente aplique la metodología para la comprensión de los temas, por lo que se hace necesario cambiar y crear nuevas estrategias para fortalecer el aprendizaje de las funciones.

### Análisis de la pregunta 3

3) ¿El docente utiliza recursos tecnológicos como herramienta de apoyo para el proceso de enseñanza aprendizaje?

<p>3. ¿El docente utiliza recursos tecnológicos como herramienta de apoyo para el proceso de enseñanza aprendizaje?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>	<p>3. ¿El docente utiliza recursos tecnológicos como herramienta de apoyo para el proceso de enseñanza aprendizaje?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>
<p>3. ¿El docente utiliza recursos tecnológicos como herramienta de apoyo para el proceso de enseñanza aprendizaje?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>	<p>3. ¿El docente utiliza recursos tecnológicos como herramienta de apoyo para el proceso de enseñanza aprendizaje?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>

Figura 29. Análisis de las terceras preguntas del cuestionario a estudiantes

Podemos evidenciar por las respuestas elegidas de los estudiantes que el docente con frecuencia utiliza recursos tecnológicos como herramienta de apoyo para el proceso de enseñanza aprendizaje de los temas empleados en clases.

### Análisis de la pregunta 4

4) ¿Crees que los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de las Matemáticas?

<p>4. ¿Crees que los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de las Matemáticas?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>	<p>4. ¿Crees que los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de las Matemáticas?</p> <p><input checked="" type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>
<p>4. ¿Crees que los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de las Matemáticas?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>	<p>4. ¿Crees que los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de las Matemáticas?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>

Figura 30. Análisis de las cuartas preguntas del cuestionario a estudiantes

De las respuestas escogidas por los estudiantes a esta pregunta, podemos inferir que los estudiantes consideran que los recursos tecnológicos favorecen y facilitan el aprendizaje de las matemáticas.

### Análisis de la pregunta 5

5) ¿Con qué frecuencia desearía que el docente utilice recursos tecnológicos para la enseñanza de las Matemáticas?

<p>5. ¿Con qué frecuencia desearía que el docente utilice recursos tecnológicos para la enseñanza de las Matemáticas?</p> <p><input checked="" type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>	<p>5. ¿Con qué frecuencia desearía que el docente utilice recursos tecnológicos para la enseñanza de las Matemáticas?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>
<p>5. ¿Con qué frecuencia desearía que el docente utilice recursos tecnológicos para la enseñanza de las Matemáticas?</p> <p><input checked="" type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>	<p>5. ¿Con qué frecuencia desearía que el docente utilice recursos tecnológicos para la enseñanza de las Matemáticas?</p> <p><input checked="" type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>

Figura 31. Análisis de las quintas preguntas del cuestionario a estudiantes

De las respuestas escogidas por los estudiantes, podemos afirmar que ellos se sienten motivados a la hora de usar los recursos tecnológicos que son empleados por el docente para la enseñanza de las Matemáticas en el aula.

### Análisis de la pregunta 6

6) ¿Te gustaría volver a trabajar con el Software GeoGebra?

<p>6. ¿Te gustaría volver a trabajar con el Software GeoGebra?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>	<p>6. ¿Te gustaría volver a trabajar con el Software GeoGebra?</p> <p><input checked="" type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>
<p>6. ¿Te gustaría volver a trabajar con el Software GeoGebra?</p> <p><input checked="" type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>	<p>6. ¿Te gustaría volver a trabajar con el Software GeoGebra?</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input checked="" type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Casi nunca</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>

Figura 32. Análisis de las sextas preguntas del cuestionario a estudiantes

De las respuestas elegidas por los estudiantes a esta pregunta podemos inferir que a los estudiantes les gusta el Software GeoGebra y se sienten motivados por seguir trabajando con él debido a que para ellos es más práctico y cómodo porque se familiarizarían con esta herramienta tecnológica.

## CAPÍTULO V: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 5.1. Conclusiones.

Mediante el análisis de la prueba diagnóstica se pudo evidenciar que los estudiantes presentan dificultades en la comprensión del concepto de función debido a que al momento de resolver

problemas que involucren el álgebra ellos presentan inconvenientes. También debido a las estrategias pedagógicas empleadas por el docente.

Con respecto al diseño de la estrategia didáctica llamada aprendiendo a graficar con GeoGebra, esta se usó para realizar gráficas de varias funciones para fortalecer el aprendizaje del tema.

En la implementación de la estrategia didáctica los estudiantes asimilaron con más detalle las funciones y el comportamiento que ejercían ellas a través de la representación gráfica.

Al evaluar los resultados alcanzados mediante la estrategia implementada a través del Software GeoGebra se puede decir que los estudiantes alcanzaron un mejoramiento en la comprensión de funciones y también por medio de este Software ellos construyeron y emplearon un nuevo concepto de función como se evidencia en la propuesta.

## **5.2. Recomendaciones:**

Se recomienda al docente fortalecer la aplicación de estrategias didácticas en el aprendizaje de las Matemáticas para que los estudiantes puedan tener una mejor comprensión de estas.

Se recomienda a futuros investigadores indagar más con respecto a las estrategias didácticas en GeoGebra para la comprensión de funciones y demostrar que los estudiantes de once grado puedan asimilarlo y aplicarlo.

A futuras investigaciones se recomienda crear estrategias y herramientas que favorezca al fortalecimiento del concepto de funciones y su interpretación gráfica.

## REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

- Aguilar, A. (2015). Metodología con el Software GeoGebra para desarrollar la capacidad de comunica y representa ideas Matemáticas con funciones lineales (Tesis de maestría), Universidad de Piura, Perú.
- Avanzini, G. (1998). La estrategia didáctica [Mensaje en un blog]. Recuperado de <http://estrategiasgreceia.blogspot.com/2011/03/?m=1>
- Bermeo, O. (2017). Influencia del Software GeoGebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016 (Tesis Doctoral), Universidad César Vallejo, Perú.
- Calderón, R. (2017). Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del GeoGebra (Tesis de maestría). Universidad de Cuenca, Ecuador.
- Cano, J. (2012). La definición del concepto de función bajo el enfoque de la enseñanza para la comprensión en estudiantes de grado 11 de una institución educativa oficial de Medellín (Tesis de maestría). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Cantoral R. (2001). Enseñanza de la Matemática en la educación superior. *Revista electrónica sinéctica*. (19), 3-27.
- Córdova J. (2017). Identificación de dificultades en el aprendizaje del concepto de la derivada y diseño de un OVA como mediación pedagógica. *Revista Científica General José María Córdova*, 15(20), 137-153.
- Córdoba, Y. (2014). La comprensión del concepto de derivada mediante el uso de GeoGebra como propuesta didáctica. *Congreso iberoamericano de ciencia, tecnología, innovación y educación*. Universidad de Antioquia. Recuperado de <http://www.scielo.org.co/pdf/entra/v14n2/1900-3803-entra-14-02-198.pdf>
- Cotán, A. (2016, marzo, 19). El sentido de la Investigación Cualitativa. Recuperado de, [http://www.ceuandalucia.es/escuelaabierta/pdf/articulos\\_ea19/EA19-sentido.pdf](http://www.ceuandalucia.es/escuelaabierta/pdf/articulos_ea19/EA19-sentido.pdf)

- García, L. (02 de febrero de 2017). Muestreo probabilístico y no probabilístico. Teoría. Gestipolis. Recuperado de <http://www.google.com/amp/s/www.gestipolis.com/muestreo-probabilistico-no-probabilistico-teoria/amp/>
- Gobierno de la Provincia de Jujuy (2017). Introducción a GeoGebra: "figuras planas en movimiento". Recuperado de <http://secyt.jujuy.gob.ar/wp-content/uploads/sites/41/2017/02/Introducci%C3%B3n-a-la-Geogebra-Figuras-planas-en-movimiento.pdf>
- Godino J. D., (2003). Niveles de algebrización de la actividad Matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las ciencias.*, 32.1 (2014): 199-219.
- Godino, J., Font, V., y Wilhelmi, M. (2005, mayo, 25-27). Bases empíricas de modelos teóricos en didáctica de las Matemáticas: reflexiones sobre la teoría de situaciones didácticas y el enfoque ontológico y semiótico. Recuperado de [http://www.pagvf.esy.es/index\\_archivos/Burdeos.pdf](http://www.pagvf.esy.es/index_archivos/Burdeos.pdf)
- Gusñay y Tenegusñay (2014). utilización del software libre GeoGebra para el aprendizaje del bloque curricular de números y funciones y su relación en el rendimiento académico de los estudiantes de tercer año de bachillerato, de la unidad educativa universitaria Milton reyes de la ciudad de Riobamba, durante el periodo académico 2013 – 2014 (tesis de pregrado), Universidad Nacional de Chimborazo, Riobamba, Ecuador.
- Hurtado de, B. (2000). Técnicas e instrumentos de investigación [Mensaje en un blog]. Recuperado de <http://tecnicasdeinvestigacion2015.blogspot.com/>
- López, L. (2018). Uso del GeoGebra Como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de Grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericano (Tesis de pregrado), Universidad Católica de Manizales, Colombia.
- Martínez J. (2013). Apropiación del concepto de función usando el software GeoGebra (Tesis de maestría), Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

- Martínez, J. (1994). Técnicas e instrumentos de investigación. Enciclopedia virtual [versión electrónica]. Málaga, España: Eumed.net, [http://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/mirm/tecnicas\\_instrumentos.html](http://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/mirm/tecnicas_instrumentos.html)
- Martínez, P. (2006). El método de estudio de caso, estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento y Gestión*. (20), 165-193. Recuperado de <http://www.jbposgrado.org/icuali/Estudio%20de%20caso.pdf>
- Meel D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión Matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión Matemática y la Teoría de APOE. *Revista Oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.* 6(3), 221-271.
- Ministerio de Educación Nacional (2015). Evaluación Diagnóstica. Recuperado de <http://www.mineducacion.gov.co/1621/w3-article-246644.html>
- Muñoz G., y Machacón R. (2017). Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de novena grado desde la comprensión del concepto de función lineal mediado por el software dinámico GeoGebra (Tesis de pregrado), Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.
- Murcia, M. (2012). GeoGebra apoyo tecnológico para la enseñanza del cálculo (Tesis de pregrado), Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.
- Prado, I (1996). Estrategias didácticas en el nivel inicial [Mensaje en un blog] Recuperado de <http://www.monografias.com/trabajos82/estrategias-de-ensenanza-prendizaje/estrategias-de-ensenanza-aprendizaje2.shtml#ixzz4AIqeA6U1>
- Rojas Y. (2012). Potencializar las habilidades del pensamiento crítico a partir del aprendizaje del concepto de función en los estudiantes de noveno grado (Tesis de pregrado), Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.
- Ruiz J. (2018). Uso del software libre GeoGebra para interpretar algunos modelos Matemáticos de ciertos fenómenos cotidianos que facilite al estudiante la apropiación adecuada del concepto de función lineal y cuadrática y sus distintas representaciones (Tesis de maestría), Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

- Ruiz, K., Córdoba, Y., y Rendón, C. (2014). La comprensión del concepto de derivada mediante el uso de GeoGebra como propuesta didáctica. *Congreso iberoamericano de ciencia, tecnología, innovación y educación*. Universidad de Antioquia. Recuperado de <https://www.oei.es/historico/congreso2014/memoriactei/1190.pdf>
- Salazar, C., Díaz, H., y Bautista, M. (2009). Descripción de niveles de comprensión del concepto de derivada. *Revista pedagógica*, (26), 62-82.
- Salazar, S. (2012). El conocimiento pedagógico del contenido como modelo de mediación docente: Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana. Recuperado de [http://ceccsica.info/sites/default/files/content/Volumen\\_55.pdf](http://ceccsica.info/sites/default/files/content/Volumen_55.pdf)
- Sampieri, H. (2004). Estudio de caso [Mensaje en un blog]. Recuperado de <http://educaciondecalidadenchile.blogspot.com/2010/09/estudio-de-caso.html?m=1>
- Sampieri, R. (2010). Metodología de la investigación. México: McGraw-Hill
- Shílov, G. (2004, noviembre). ¿Qué es una función? Revista rusa Matematika v shkole. Recuperado de [http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43573/es/contenidos/informacion/dia6sigma/es\\_sigma/adjuntos/sigma\\_25/14\\_una\\_funcion.pdf](http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43573/es/contenidos/informacion/dia6sigma/es_sigma/adjuntos/sigma_25/14_una_funcion.pdf)
- Vega, D. (2016). Estrategia didáctica que fortalece las competencias disciplinares de Matemáticas de los docentes de básica primaria del colegio ciudad bolívar argentina IED (Tesis de maestría), Universidad libre, Bogotá, Colombia.
- Villarreal D., y Morelo K. (2011). una estrategia didáctica que facilite el aprendizaje del concepto de función y promueva el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de noveno grado (Tesis de pregrado), Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia.

## ANEXOS

### Anexo 1: Prueba Diagnóstica

#### PRUEBA DIAGNÓSTICA

**Institución:** Escuela Normal Superior del Distrito de Barranquilla.

**Unidad:** Análisis e interpretación del concepto de funciones

**Tema:** Funciones

**Objetivo:** Desarrollar una estrategia didáctica mediada en GeoGebra para fortalecer la comprensión del concepto de función en once grado.

**Objetivo de la prueba:** Analizar las dificultades que tienen los estudiantes en el tema de funciones.

**Nombre:** \_\_\_\_\_ **Curso:** \_\_\_\_\_ **fecha** \_\_\_\_\_

**Instrucciones:** lee atentamente la prueba, resuelve individualmente, tienes 20 minutos para trabajar.

**Prueba Diagnóstica para estudiantes de Once Grado**

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_

**Responda las preguntas rellinando el círculo de la letra que corresponde a la respuesta correcta.**

1. ¿Cuál de estas es una Función

- A.  $x+4$
- B.  $3x^2 - 5x + 6$
- C.  $\frac{1}{x}$
- D.  $2x+6$

2. De todas estas funciones, ¿cuál es la lineal?

- A.  $4x^2$
- B. 7
- C.  $6x-1$
- D.  $\sqrt[3]{3x^3 - 8}$

3. Si  $f(3) = 5$ , ¿qué función se puede tomar?

- A.  $x+2$
- B.  $x$
- C.  $4x-2$
- D.  $\sqrt[2]{9x}$

4. ¿Cuál es el dominio de la función  $F(x) = \sqrt{x}$ ?

- A.  $[9, +\infty)$
- B.  $(-\infty, +\infty)$
- C.  $[0, +\infty)$
- D.  $(-\infty, 0)$

5. ¿Cuánto vale  $f(2)$  si  $f(x) = 3x^2 - 4$ ? cuadrática?

- A. 2
- B. 6
- C. 1
- D. 8

6. ¿Cuál es el rango de la función  $f(x) = 4x - 3$ ?

- A.  $\mathbb{R}$
- B. (1,8)
- C.  $(0, +\infty)$
- D.  $[0, +\infty)$

7. Si  $f(x) = 4x^2 + 5x - 3$  y  $g(x) = x^2 + 10$ , ¿cuánto es  $f(x) + g(x)$ ?

- A.  $2x^2 - 6x + 1$
- B.  $5x^2 + 5x + 7$
- C.  $6x^2 + 3x - 5$
- D.  $5x^2 - 5x - 7$

8. Al representar gráficamente la función  $f(x) = x^2 - 9$ , ¿qué figura se forma?

- A. una línea ondulada
- B. una línea recta
- C. una parábola
- D. una línea partida en dos

## Anexo 2: Validación de la prueba diagnóstica

2

Anexo 2: Validación de la prueba diagnóstica

### FORMATO DE VALIDACION DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

Estimado(a) señor(a): Josefa Poto Sandoval

Motiva la presente el solicitar su valiosa colaboración en la revisión y validación del instrumento anexo, que se aplicará con el propósito de desarrollar la propuesta didáctica del trabajo de grado, titulado “Desarrollar una estrategia didáctica en GeoGebra como herramienta para fortalecer la comprensión del concepto de función en estudiantes de once grado”. El cual tiene como objetivo desarrollar una estrategia didáctica mediada en GeoGebra para fortalecer la comprensión del concepto de funciones en once grado. Acudimos a usted, debido a sus conocimientos y experiencias en la materia, los cuales aportarían una útil y completa información para la culminación exitosa de este trabajo de investigación.

Gracias por su valioso aporte y participación.

## GUÍA DE JUICIO DE EXPERTOS

### 1. Identificación del Experto

Nombres y Apellidos	Yessira Rojas Sandoval
Centro Laboral	Universidad del Atlántico
Nivel de formación	Magister I.E.
Institución donde lo obtuvo	Universidad UABE
Otros Estudios	Licenciada y Especialista
Años de Experiencia	7 años de Experiencia

### 2. Instrucciones

Estimado(a) Docente, a continuación, se muestra un conjunto de indicadores, los cuales deben ser evaluados con criterio ético y severidad científica, para dar validez del instrumento propuesto (véase anexo N° 1).

Para evaluar dicho instrumento, marca con una X una de las categorías contempladas en el cuadro:

1: Inferior al básico 2: Básico 3: Intermedio 4: Sobresaliente 5: Muy sobresaliente

### Juicio de experto

INDICADORES	CATEGORÍA				
	1	2	3	4	5
1. Los ítems están redactados en forma clara y precisa, sin ambigüedades (claridad y precisión)				X	
2. Los ítems guardan relación entre sí (coherencia)				X	
3. Los ítems han sido redactados teniendo en cuenta la validez de contenido (validez)				X	
4. Presenta algunas preguntas distractoras (control de sesgo)				X	
5. Los ítems han sido redactados de lo general a lo particular(orden)			X		

6. Los ítems del instrumento, son coherentes en términos de cantidad(extensión)				X	
7. Calidad en la redacción de los ítems (visión general)				X	
8. Grado de objetividad del instrumento (visión general)				X	
9. Grado de relevancia del instrumento (visión general)				X	
<b>Puntaje parcial</b>					
<b>Puntaje total</b>					

**3. Conclusión general de la validación y sugerencias** (en coherencia con el nivel de validación alcanzado)

*Se sugiere por favor agregar preguntas basados en los DBA.*

**4. Constancia de Juicio de experto**

La docente: Ysrika Potos Sandoval identificada con cédula de ciudadanía N°: 1.140.842.904 Certifico que realicé el juicio del experto al instrumento diseñado por los estudiantes:

Rafael Eduardo Molina Palencia  
C.C. 1.045.735.366

Luz Eliany Royero Pedrozo  
C.C. 1.140.864.778

Según su opinión, como experto en el área, el instrumento diseñado es:

válido  no válido

*[Firma]*  
FIRMA

### Anexo 3: Entrevista al docente

## ENTREVISTA AL DOCENTE

### PREGUNTAS

1. ¿Qué dificultades presentan los estudiantes de once grado en la comprensión de funciones?
2. ¿Qué estrategias didácticas utiliza para mejorar el aprendizaje de funciones en los estudiantes de once grado?
3. ¿Utiliza recursos tecnológicos para la enseñanza de las funciones?, ¿Cuáles?
4. ¿Considera usted que los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de las Matemáticas en los estudiantes?
5. ¿A recibido usted algún tipo de capacitación en Softwares Matemáticos? Si así fue, ¿Cómo fue esa experiencia?

## Anexo 4: Validación de la entrevista al docente

6

### Anexo 4: Validación de la entrevista al docente

#### FORMATO DE VALIDACION DE LA ENTREVISTA AL DOCENTE

Estimado(a) señor(a): Yessica Pato Sandoval.

Motiva la presente el solicitar su valiosa colaboración en la revisión y validación del instrumento anexo, que se aplicará con el propósito de desarrollar la propuesta didáctica del trabajo de grado, titulado “Desarrollar una estrategia didáctica en GeoGebra como herramienta para fortalecer la comprensión del concepto de función en estudiantes de once grado”. El cual tiene como objetivo desarrollar una estrategia didáctica mediada en GeoGebra para fortalecer la comprensión del concepto de funciones en once grado. Acudimos a usted, debido a sus conocimientos y experiencias en la materia, los cuales aportarían una útil y completa información para la culminación exitosa de este trabajo de investigación.

Gracias por su valioso aporte y participación.

## GUÍA DE JUICIO DE EXPERTOS

### 1. Identificación del Experto

Nombres y Apellidos	Christina Torres S.
Centro Laboral	Universidad del Atlántico
Nivel de formación	Magister Inf. Educativa
Institución donde lo obtuvo	Universidad Arbe.
Otros Estudios	Licenciada y Especialista
Años de Experiencia	7 años

### 2. Instrucciones

Estimado(a) Docente, a continuación, se muestra un conjunto de indicadores, los cuales deben ser evaluados con criterio ético y severidad científica, para dar validez del instrumento propuesto (véase anexo N° 3).

Para evaluar dicho instrumento, marca con una X una de las categorías contempladas en el cuadro:

1: Inferior al básico 2: Básico 3: Intermedio 4: Sobresaliente 5: Muy sobresaliente

#### Juicio de experto

INDICADORES	CATEGORÍA				
	1	2	3	4	5
10. Los ítems están redactados en forma clara y precisa, sin ambigüedades (claridad y precisión)				X	
11. Los ítems guardan relación entre sí (coherencia)				X	
12. Los ítems han sido redactados teniendo en cuenta la validez de contenido (validez)				X	
13. Presenta algunas preguntas distractoras (control de sesgo)				X	
14. Los ítems han sido redactados de lo general a lo particular(orden)				X	

15. Los ítems del instrumento, son coherentes en términos de cantidad(extensión)				X	
16. Calidad en la redacción de los ítems (visión general)			X		
17. Grado de objetividad del instrumento (visión general)				X	
18. Grado de relevancia del instrumento (visión general)				X	
<b>Puntaje parcial</b>					
<b>Puntaje total</b>					

**3. Conclusión general de la validación y sugerencias** (en coherencia con el nivel de validación alcanzado)

*Se sugiere hacer referencia a recursos tecnológicos.*

**4. Constancia de Juicio de experto**

La docente: *José Porro Sandoval* identificada con cédula de ciudadanía N°: *1.140.842.704*. Certifico que realicé el juicio del experto al instrumento diseñado por los estudiantes:

Rafael Eduardo Molina Palencia

C.C. 1.045.735.366

Luz Eliany Royero Pedrozo

C.C. 1.140.864.778

Según su opinión, como experto en el área, el instrumento diseñado es:

válido  no válido

*José Porro Sandoval*  
FIRMA

**Anexo 5: Cuestionario a estudiantes**

**CUESTIONARIO A ESTUDIANTES**

**PREGUNTAS**

**1. ¿El docente de Matemática utiliza materiales de apoyo relacionadas con el tema tratado?**

- Siempre
- Casi siempre
- A veces
- Casi nunca
- Nunca

**1. ¿La metodología aplicada por el docente permite la comprensión de los temas?**

- Siempre
- Casi siempre
- A veces
- Casi nunca
- Nunca

**3. ¿El docente utiliza recursos tecnológicos como herramienta de apoyo para el proceso de enseñanza aprendizaje?**

- Siempre
- Casi siempre
- A veces
- Casi nunca
- Nunca

**4. ¿Crees que los recursos tecnológicos facilitan el aprendizaje de las Matemáticas?**

- Siempre
- Casi siempre
- A veces
- Casi nunca
- Nunca

**5. ¿Con qué frecuencia desearía que el docente utilice recursos tecnológicos para la enseñanza de las Matemáticas?**

- Siempre
- Casi siempre
- A veces
- Casi nunca
- Nunca

**6. ¿Te gustaría volver a trabajar con el Software GeoGebra?**

- Siempre
- Casi siempre
- A veces
- Casi nunca
- Nunca

## Anexo 6: Validación del cuestionario a estudiantes

10

### Anexo 6: Validación del cuestionario a estudiantes

#### FORMATO DE VALIDACIÓN DEL CUESTIONARIO A ESTUDIANTES

Estimado(a) señor(a): Leizaola Potos Sandoval

Motiva la presente el solicitar su valiosa colaboración en la revisión y validación del instrumento anexo, que se aplicará con el propósito de desarrollar la propuesta didáctica del trabajo de grado, titulado “Desarrollar una estrategia didáctica en GeoGebra como herramienta para fortalecer la comprensión del concepto de función en estudiantes de once grado”. El cual tiene como objetivo desarrollar una estrategia didáctica mediada en GeoGebra para fortalecer la comprensión del concepto de funciones en once grado. Acudimos a usted, debido a sus conocimientos y experiencias en la materia, los cuales aportarían una útil y completa información para la culminación exitosa de este trabajo de investigación.

Gracias por su valioso aporte y participación.

## GUÍA DE JUICIO DE EXPERTOS

### 1. Identificación del Experto

Nombres y Apellidos	Jesica Potes S
Centro Laboral	Universidad Atlántico
Nivel de formación	Magister Inv. Educativa
Institución donde lo obtuvo	Universidad URBE
Otros Estudios	Licenciada y Especialista
Años de Experiencia	7 años.

### 2. Instrucciones

Estimado(a) Docente, a continuación, se muestra un conjunto de indicadores, los cuales deben ser evaluados con criterio ético y severidad científica, para dar validez del instrumento propuesto (véase anexo N° 5).

Para evaluar dicho instrumento, marca con una X una de las categorías contempladas en el cuadro:

1: Inferior al básico 2: Básico 3: Intermedio 4: Sobresaliente 5: Muy sobresaliente

#### Juicio de experto

INDICADORES	CATEGORÍA				
	1	2	3	4	5
1. Los ítems están redactados en forma clara y precisa, sin ambigüedades (claridad y precisión)				X	
2. Los ítems guardan relación entre sí (coherencia)				X	
3. Los ítems han sido redactados teniendo en cuenta la validez de contenido (validez)				X	
4. Presenta algunas preguntas distractoras (control de sesgo)				X	

5. Los ítems han sido redactados de lo general a lo particular(orden)				X	
6. Los ítems del instrumento, son coherentes en términos de cantidad(extensión)				X	
7. Calidad en la redacción de los ítems (visión general)				X	
8. Grado de objetividad del instrumento (visión general)				X	
9. Grado de relevancia del instrumento (visión general)				X	
<b>Puntaje parcial</b>					
<b>Puntaje total</b>					

**3. Conclusión general de la validación y sugerencias** (en coherencia con el nivel de validación alcanzado).

*Se sugiere colocar cuales materiales de apoyo.*

**4. Constancia de Juicio de experto**

La docente: Yosika Popp Sandoval identificada con cédula de ciudadanía

Nº: 1140842.904 Certifico que realicé el juicio del experto al instrumento diseñado

por los estudiantes:

Rafael Eduardo Molina Palencia

C.C. 1.045.735.366

Luz Eliany Royero Pedrozo

C.C. 1.140.864.778

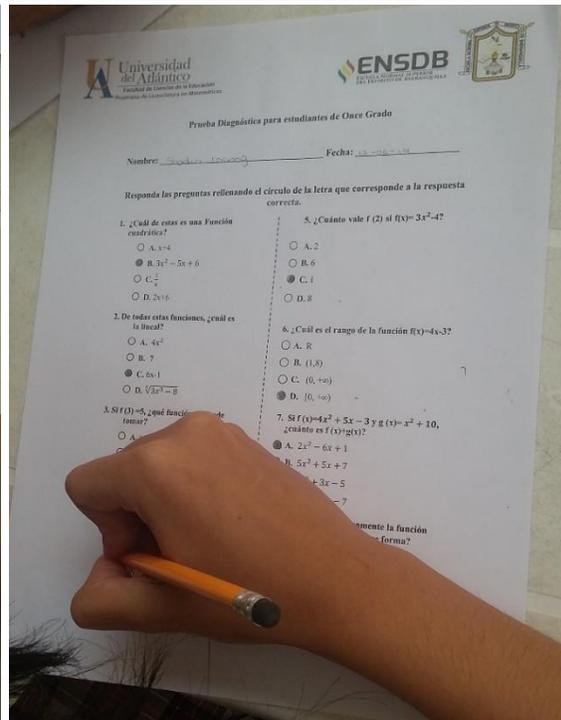
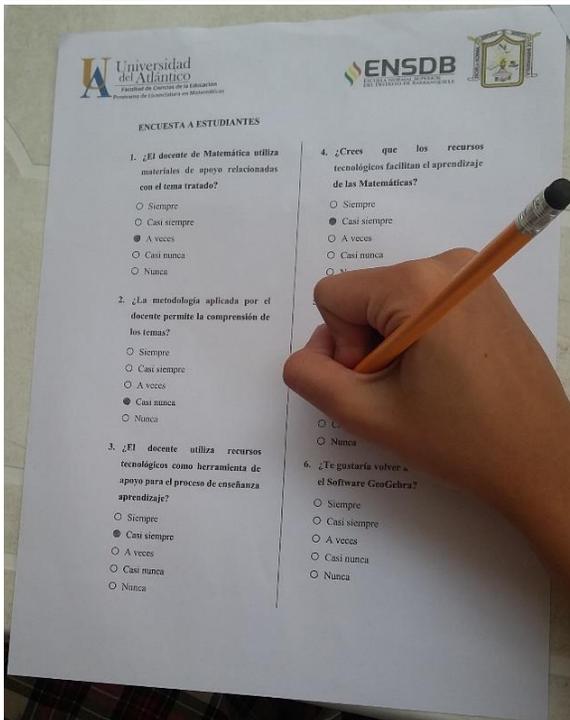
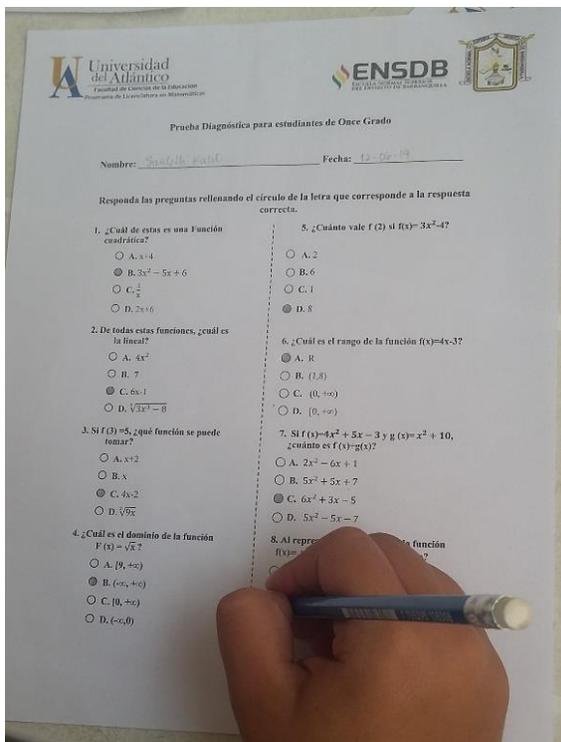
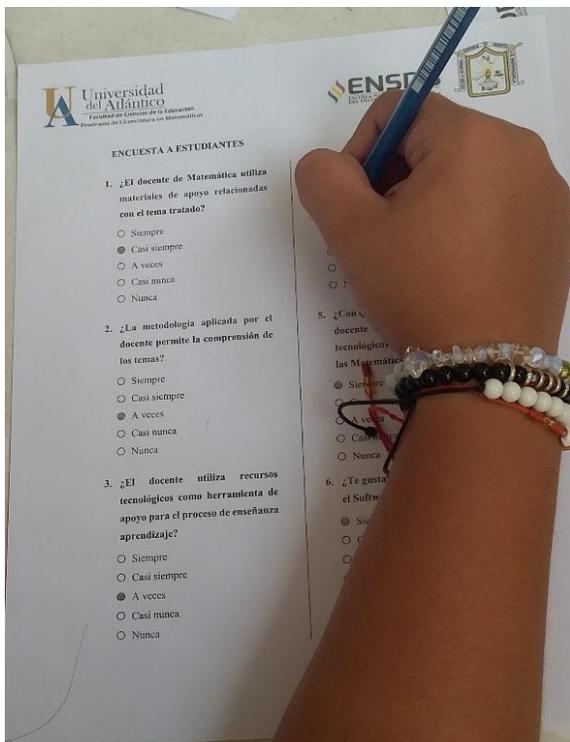
Según su opinión, como experto en el área, el instrumento diseñado es:

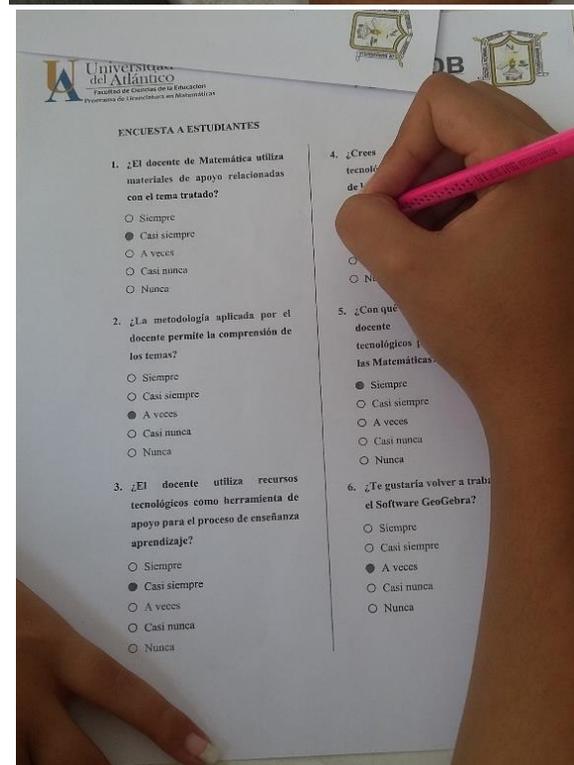
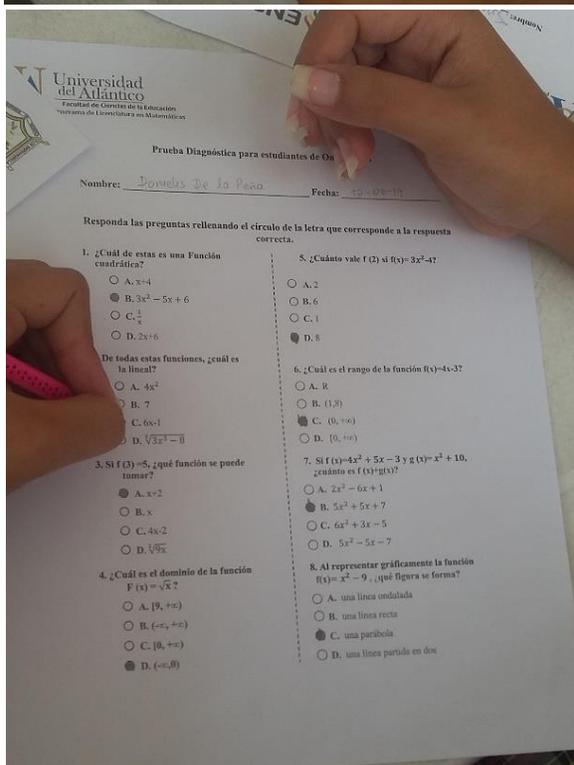
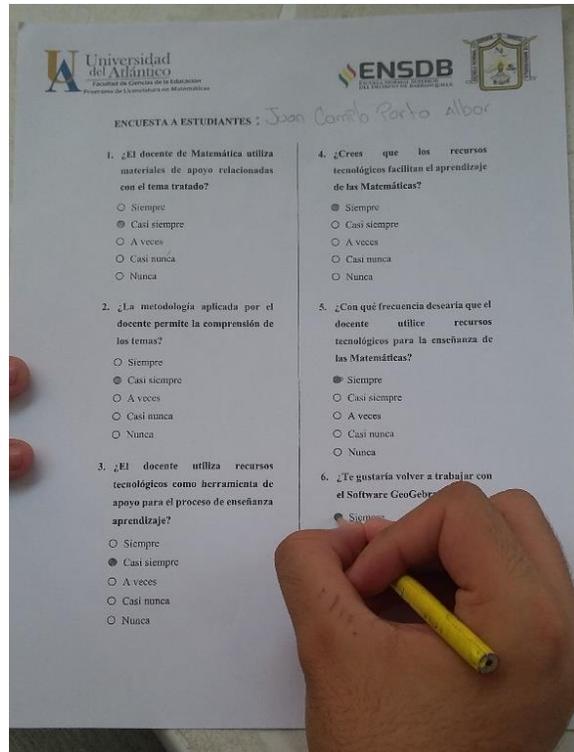
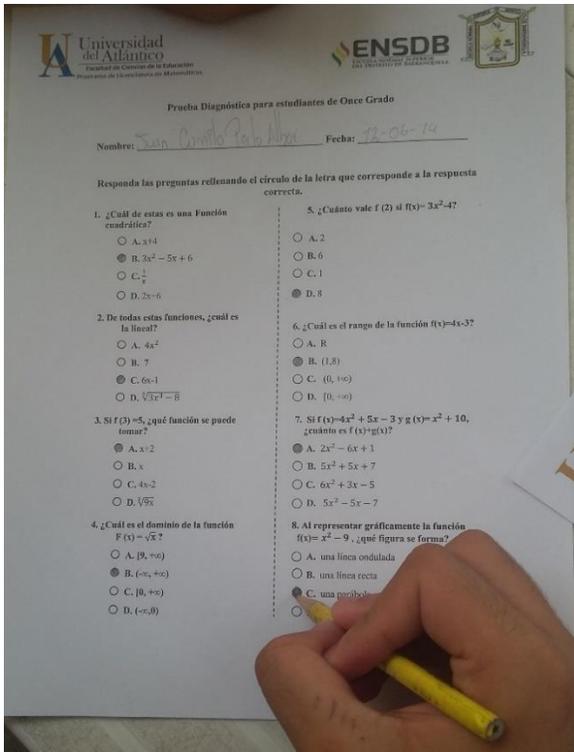
válido  no válido

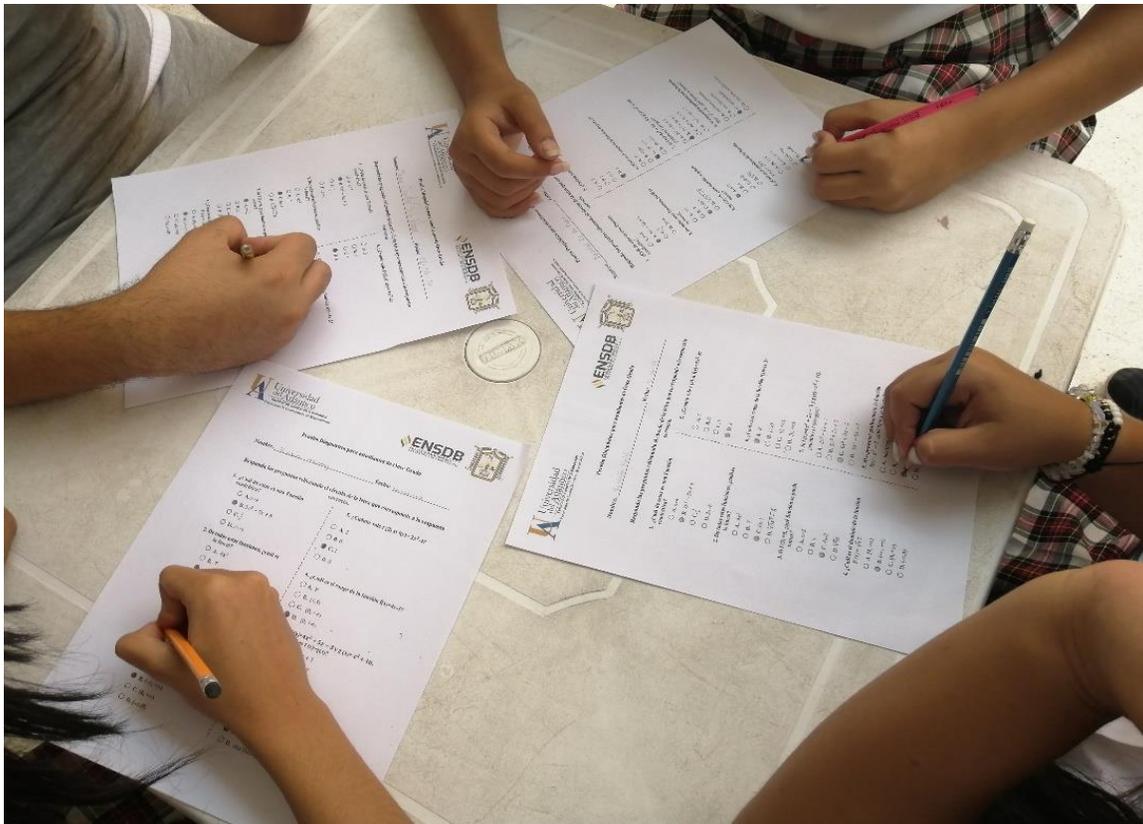
*[Firma]*  
FIRMA

## Anexo 7: Evidencias de prueba diagnóstica y cuestionario a estudiantes











## **PROPUESTA**

### **APRENDIENDO A GRAFICAR CON GEOGEBRA**

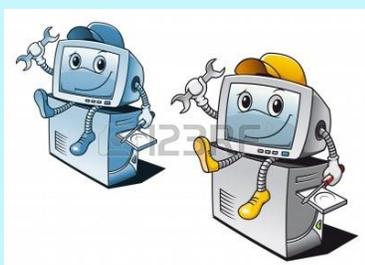
**Autores:**

**RAFAEL EDUARDO MOLINA PALENCIA**

**LUZ ELIANY ROYERO PEDROZO**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS**



**BARRANQUILLA**



**2019**



## PROPUESTA

### 1. Título de la Propuesta.

Aprendiendo a graficar con GeoGebra

### 2. Periodo de Ejecución:

Fecha de Inicio: 04 de junio de 2019

Fecha de Finalización: 14 de junio de 2019

### 3. Introducción

La enseñanza del Algebra en la educación secundaria se presenta como un reto para el Docente, dado que es en este momento donde el estudiante se ve abocado a generalizar Las operaciones de dominio aritmético al lenguaje algebraico. La implementación de las TIC en la educación aporta y contribuye al acceso universal a la educación, la igualdad en la instrucción, el ejercicio de la enseñanza y el aprendizaje de calidad y el desarrollo profesional de los docentes, así como a la gestión dirección y administración más eficientes del sistema educativo.

Hernández (2013) señala: La inclusión en la enseñanza del algebra del uso de las TIC puede significar un avance importante en el desarrollo de nuevas estrategias, teniendo en cuenta que estas pueden llegar a mediar los aprendizajes de los estudiantes, al mismo tiempo que posibilitan la integración de diversos contenidos que generalmente se tratan de manera fragmentada; el trazado de gráficos y construcciones auxiliares para facilitar el análisis de propiedades y la generación de nuevas vías de solución.

#### **4. Justificación.**

Esta propuesta está orientada al uso del Software GeoGebra como recurso de enseñanza aprendizaje para la comprensión de las funciones, de la misma manera esta propuesta es importante debido a que a través de la interpretación gráfica se fortalecen las habilidades de los estudiantes en el aprendizaje de las funciones. Para Castellanos (2010) El Software GeoGebra por un lado es un sistema de geometría dinámica que permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente. Por otra parte, se pueden introducir ecuaciones y coordenadas directamente, permite hallar derivador e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios de análisis Matemático. (p.44)

Así mismo, Bello (2013) el Software GeoGebra es un Software de geometría dinámica aplicado en todos los niveles de educación y dirigido tanto para profesores como para alumnos; este programa fue creado por los esposos Markus y Judith Hohenwarter, quienes trabajaron con este Software desde el año 2001 en la Universidad de Salzburgo y posteriormente en la Universidad de Atlantic, Florida, Estados Unidos. (p. 30)

#### **5. Objetivos**

##### **5.5.1. Objetivo general.**

- Desarrollar una estrategia didáctica mediada en GeoGebra para fortalecer la comprensión del concepto de función en once grado.

##### **5.5.2. Objetivos específicos.**

- Explicar el manejo del Software GeoGebra en los estudiantes de once grado.

- Implementar una estrategia que permita la comprensión del concepto de función en estudiantes de once grado.
- Evaluar el resultado alcanzado mediante la estrategia en la comprensión del concepto de función por medio de GeoGebra.

## 6. Actos pedagógicos.

**Título:** Aprendiendo a graficar con el software GeoGebra

Antes de aplicar la propuesta se hizo una serie de pasos para su respectiva aplicación:

**Paso 1:** Se implementó un pequeño abordaje relacionado al tema de funciones donde se le explicaban pequeños detalles relacionados con lo tratado.

## FUNCIONES

En Matemáticas, una función  $f$  es una relación entre un conjunto dado  $X$  (el dominio) y otro conjunto de elementos  $Y$  (el codominio) de forma que a cada elemento  $x$  del dominio le corresponde un único elemento del codominio  $f(x)$ .

Familias de funciones:

- Lineal:  $ax+b$
- Cuadrática:  $ax^2 + bx + c$
- Cubica:  $x^3 - a$
- Trigonómicas:  $\text{Sen}x, \text{Cos}x-2$
- Racionales:  $\frac{3x^2-5}{2x-7}$

## VARIABLES DEPENDIENTES E INDEPENDIENTES

A las magnitudes que intervienen en una función se las llama **variables**:

→ **Variable independiente**. Es la que se fija primero. Se le suele asignar la letra **x**.

→ **Variable dependiente**. Es la que se deduce de la variable independiente. Se suele designar con la letra "y", o como **f(x)**: Se lee "f de x". Decir que "y" es función de "x" equivale a decir que "y" depende de "x".

**Paso 2:** Se hizo una capacitación en GeoGebra donde se le explica a los estudiantes qué es este software, cómo se maneja, cuáles son sus funciones y de cómo está compuesto este programa Matemático.

## CAPACITACIÓN EN GEOGEBRA

GeoGebra ofrece diversas *vistas* para los objetos Matemáticos.



Vista Algebraica



Vista  
Gráfica



Vista gráfica 3D



Vista CAS



Hoja de  
Cálculo



Calculadora de Probabilidades

Cada vista presenta su propia barra de herramientas con un repertorio de herramientas y comandos, así como Operadores y Funciones que permiten crear construcciones dinámicas con diferentes representaciones de los objetos Matemáticos.

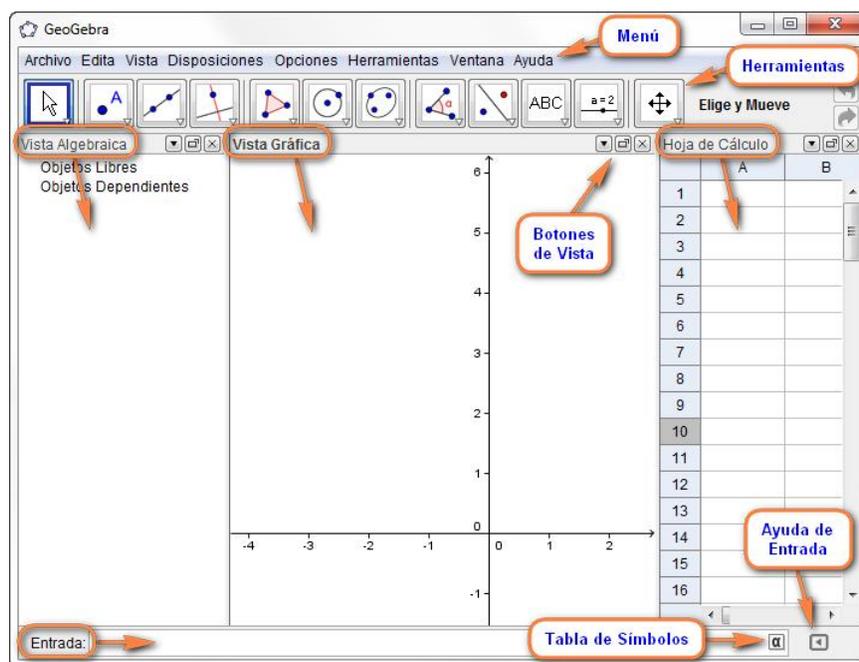


Figura 33. Ventana de GeoGebra

**Paso 3:** Se implementó una serie de actividades en GeoGebra donde los estudiantes graficaban la función que se les pedía ya sea una función lineal, cuadrática, cúbica o trigonométrica.

## ACTIVIDADES EN GEOGEBRA

Estudiante A

$$f(x) = x^3 - 2$$

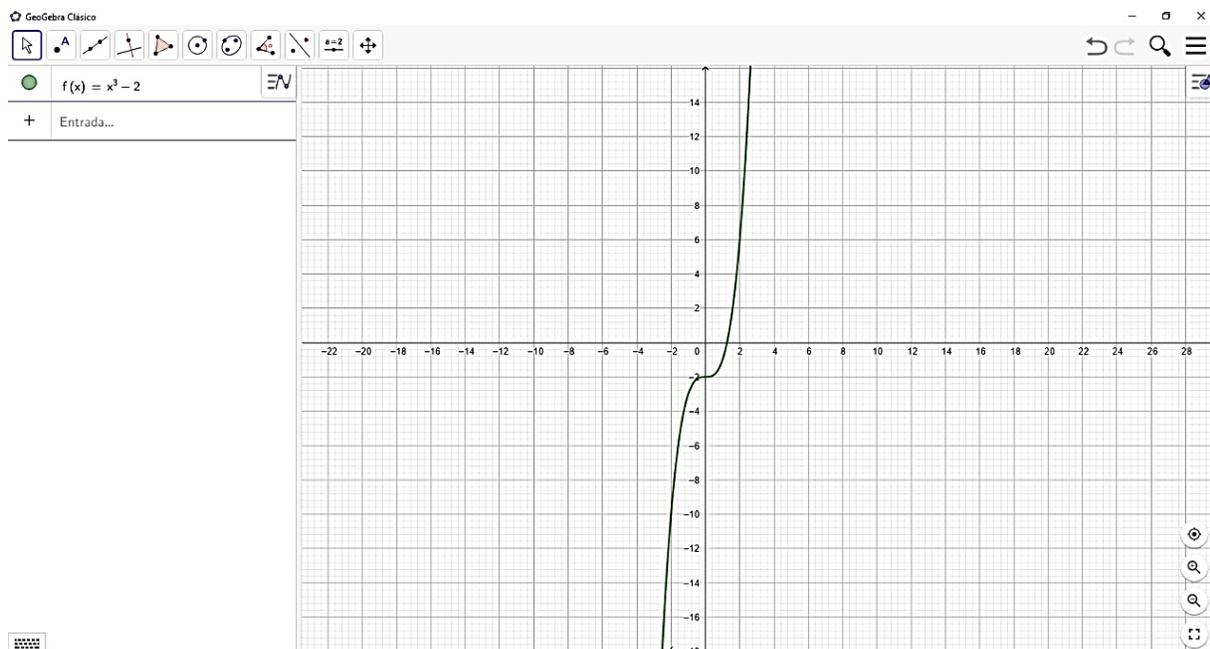


Figura 34. Gráfica de función cúbica 1

Estudiante B

$$f(x) = x^2 - 9$$

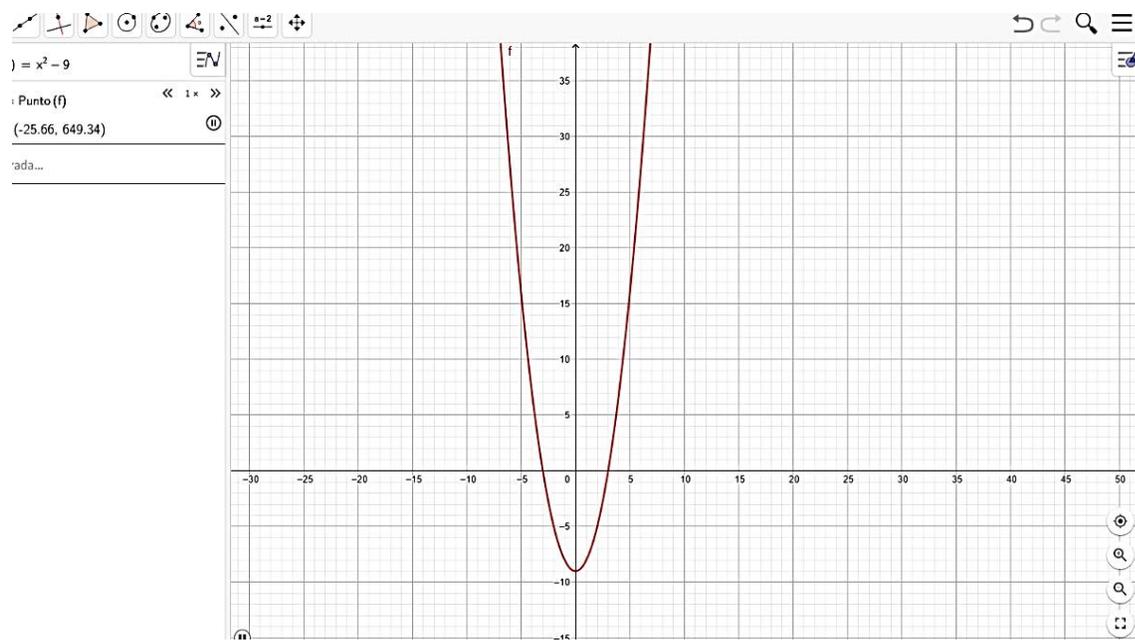


Figura 35. Gráfica de función cuadrática 1

Estudiante C

$$f(x) = \text{Sen}(x) + 2$$

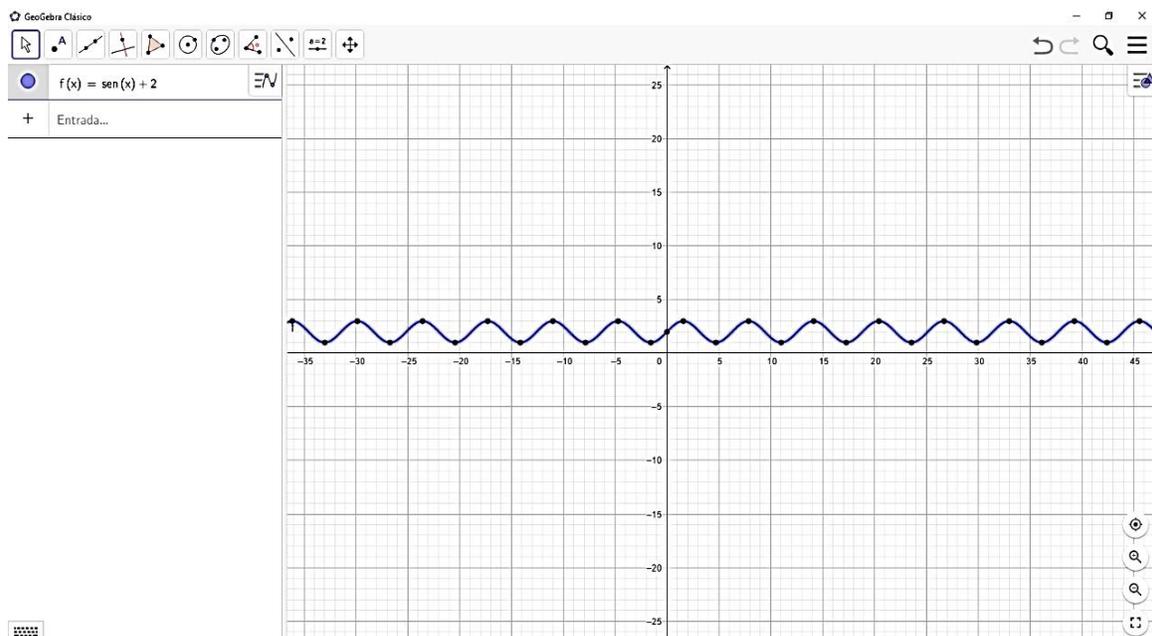


Figura 36. Gráfica de función trigonométrica 1

Estudiante D

$$f(x) = x^2 - 2 \quad (-5 \leq x \leq 4)$$

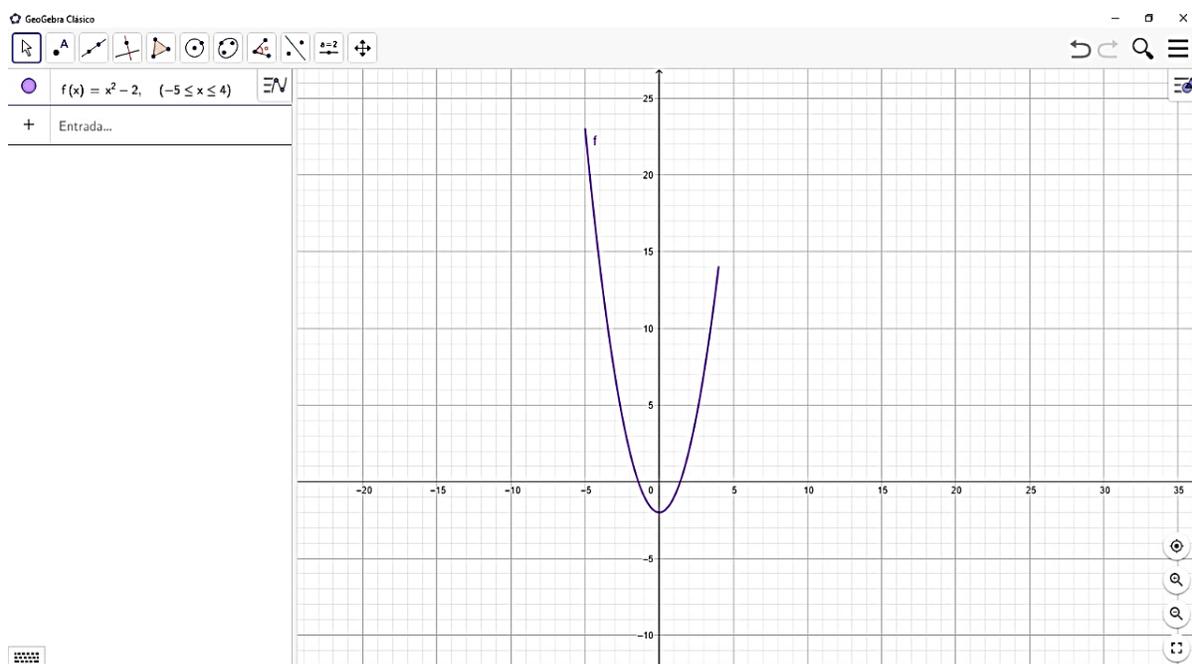


Figura 37. Gráfica de función cuadrática restringida 1

**Paso 4:** Se le pidió al estudiante que seleccionara un punto en la representación gráfica de la función y ver el comportamiento que tiene dicho punto al recorrer toda la gráfica en el plano.

## COMPORTAMIENTO DE LAS FUNCIONES

Estudiante A

$$f(x) = x^3 - 2$$



Figura 38. Gráfica de función cúbica 2

Estudiante B

$$f(x) = x^2 - 9$$

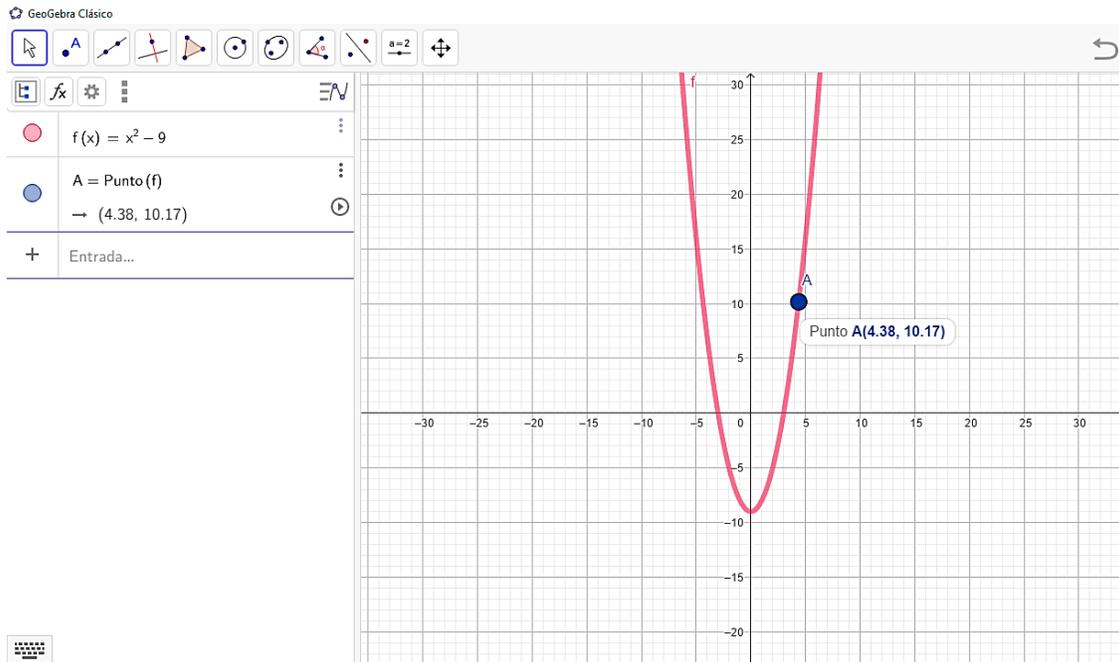


Figura 39. Gráfica de función cuadrática 2

Estudiante C

$$f(x) = \text{Sen}(x) + 2$$

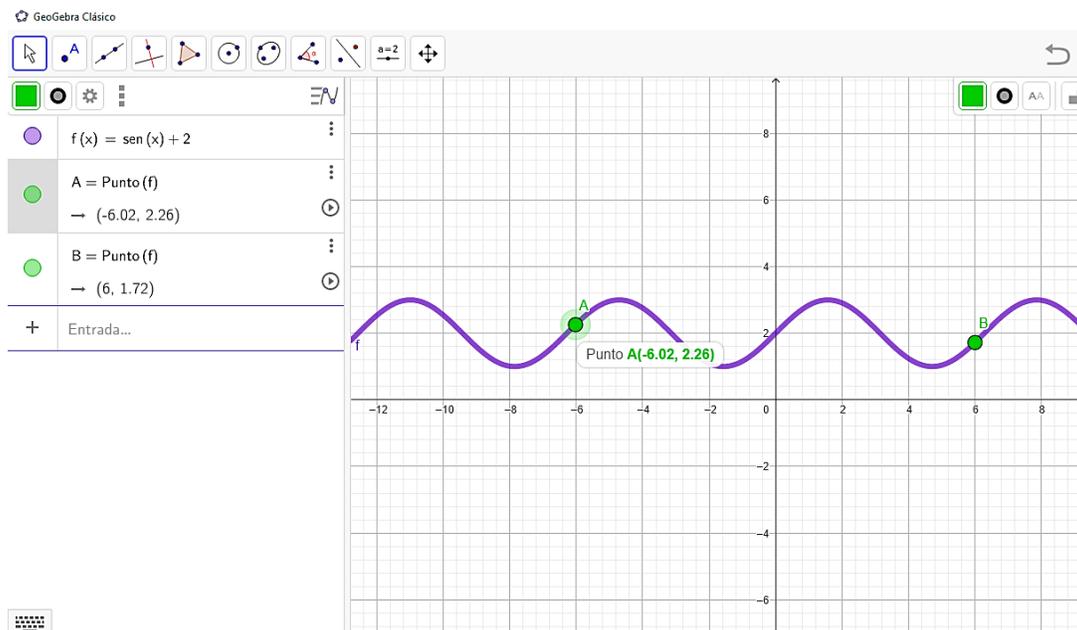


Figura 40. Gráfica de función trigonométrica 2

Estudiante D

$$f(x) = x^2 - 2 \quad (-5 \leq x \leq 4)$$

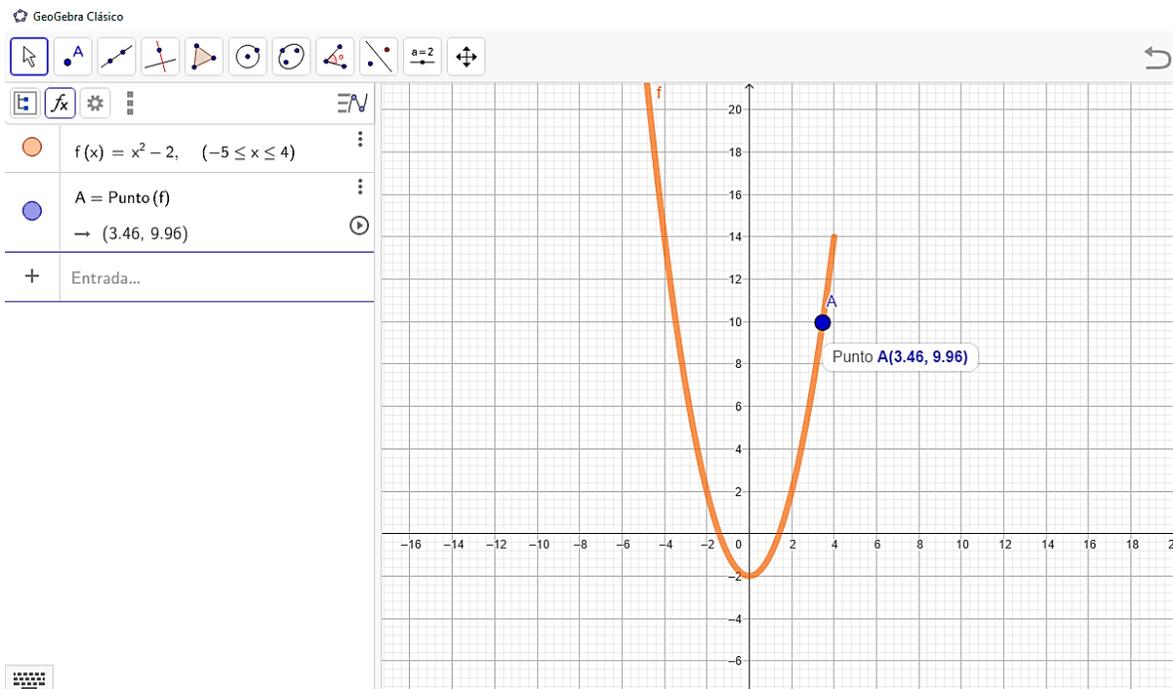


Figura 41. Gráfica de función cuadrática restringida 2

**Paso 5:** Se hizo a los estudiantes una evaluación en GeoGebra donde aplicaran lo aprendido y también de esta manera puedan construir su propio concepto de función.

## EVALUACIÓN EN GEOGEBRA

Escoja dos funciones y gráfíquelas en el software GeoGebra siguiendo los pasos de las actividades:

- $f(x) = x^2 - 16$
- $f(x) = x^3 - 7$
- $f(x) = \sqrt{x}$
- $f(x) = \frac{2x}{x-5}$
- $f(x) = 6x-8$

- $f(x) = x^2 - 5x + 6$
- $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$
- $f(x) = 4x^3 - 2$

Cada estudiante disponía de dos actividades: la primera actividad consistía en que los estudiantes copiaran en la barra de entrada la función que se le pedía para así poder ver la gráfica descrita en el plano. La segunda actividad consistía en que en esa misma gráfica los estudiantes nombraran un punto y lo ubicaran en el plano para así darle animación a este, y pudieron apreciar que los valores de “x” y “y” cambiaban en cuanto el punto escogido por ellos se movía por toda la gráfica.

En conclusión, los estudiantes conforme a esto construyeron su propio concepto de función e incluso afirman que a través de este programa pudieron entender como es una función y el comportamiento que ejerce ella, ellos describen que la función surge del comportamiento que van tomando los puntos a medida que se le van dando valores a x que es la variable independiente. También, por medio de estos puntos se puede evidenciar cuando una función es creciente o decreciente según el tipo de función.

### Anexo 8: Evidencias de la propuesta

