



Universidad  
del Atlántico

CÓDIGO: FOR-DO-109

VERSIÓN: 0

FECHA: 03/06/2020

**AUTORIZACIÓN DE LOS AUTORES PARA LA CONSULTA, LA  
REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL, Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL  
TEXTO COMPLETO**

*Autor1*

Puerto Colombia, **04 DE MAYO DE 2020**

Señores

**DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECAS**

Universidad del Atlántico

Cuidad

**Asunto: Autorización Trabajo de Grado**

Cordial saludo,

Yo, **OMAR DE JESÚS DOMÍNGUEZ HERNÁNDEZ.**, identificado(a) con **C.C. No. 92.030.928** de **SINCÉ-SUCRE**, autor(a) del trabajo de grado titulado **OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN EL APRENDIZAJE RELACIONADOS CON LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE IMPLICAN RAZONES TRIGONOMÉTRICAS** presentado y aprobado en el año **2020** como requisito para optar al título Profesional de **LICENCIADO EN MATEMÁTICAS**; autorizo al Departamento de Bibliotecas de la Universidad del Atlántico para que, con fines académicos, la producción académica, literaria, intelectual de la Universidad del Atlántico sea divulgada a nivel nacional e internacional a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios del Departamento de Bibliotecas de la Universidad del Atlántico pueden consultar el contenido de este trabajo de grado en la página Web institucional, en el Repositorio Digital y en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad del Atlántico.
- Permitir consulta, reproducción y citación a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato CD-ROM o digital desde Internet, Intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer.

Esto de conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Atentamente,

Firma

**OMAR DE JESÚS DOMÍNGUEZ HERNÁNDEZ**

**C.C. No. 92.030.928 de SINCÉ-SUCRE**

**AUTORIZACIÓN DE LOS AUTORES PARA LA CONSULTA, LA  
REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL, Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL  
TEXTO COMPLETO***Autor2*Puerto Colombia, **04 DE MAYO DE 2020**

Señores

**DEPARTAMENTO DE BIBLIOTECAS**

Universidad del Atlántico

Cuidad

**Asunto: Autorización Trabajo de Grado**

Cordial saludo,

Yo, **EDGARD DANILO OSSA MARIN.**, identificado(a) con **C.C. No. 1.140.885.001** de **BARRANQUILLA-ATLÁNTICO**, autor(a) del trabajo de grado titulado **OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN EL APRENDIZAJE RELACIONADOS CON LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE IMPLICAN RAZONES TRIGONOMÉTRICAS** presentado y aprobado en el año **2020** como requisito para optar al título Profesional de **LICENCIADO EN MATEMÁTICAS**; autorizo al Departamento de Bibliotecas de la Universidad del Atlántico para que, con fines académicos, la producción académica, literaria, intelectual de la Universidad del Atlántico sea divulgada a nivel nacional e internacional a través de la visibilidad de su contenido de la siguiente manera:

- Los usuarios del Departamento de Bibliotecas de la Universidad del Atlántico pueden consultar el contenido de este trabajo de grado en la página Web institucional, en el Repositorio Digital y en las redes de información del país y del exterior, con las cuales tenga convenio la Universidad del Atlántico.
- Permitir consulta, reproducción y citación a los usuarios interesados en el contenido de este trabajo, para todos los usos que tengan finalidad académica, ya sea en formato CD-ROM o digital desde Internet, Intranet, etc., y en general para cualquier formato conocido o por conocer.

Esto de conformidad con lo establecido en el artículo 30 de la Ley 23 de 1982 y el artículo 11 de la Decisión Andina 351 de 1993, "Los derechos morales sobre el trabajo son propiedad de los autores", los cuales son irrenunciables, imprescriptibles, inembargables e inalienables.

Atentamente,

Firma *Edgard Ossa***EDGARD DANILO OSSA MARIN.****C.C. No. 1.140.885.001 de BARRANQUILLA-ATLÁNTICO**

**DECLARACIÓN DE AUSENCIA DE PLAGIO EN TRABAJO ACADÉMICO PARA GRADO**


*Este documento debe ser diligenciado de manera clara y completa, sin tachaduras o enmendaduras y las firmas consignadas deben corresponder al (los) autor (es) identificado en el mismo.*


Puerto Colombia, **04 DE MAYO DE 2020**

Una vez obtenido el visto bueno del director del trabajo y los evaluadores, presento al **Departamento de Bibliotecas** el resultado académico de mi formación profesional o posgradual. Asimismo, declaro y entiendo lo siguiente:

- El trabajo académico es original y se realizó sin violar o usurpar derechos de autor de terceros, en consecuencia, la obra es de mi exclusiva autoría y detento la titularidad sobre la misma.
- Asumo total responsabilidad por el contenido del trabajo académico.
- Eximo a la Universidad del Atlántico, quien actúa como un tercero de buena fe, contra cualquier daño o perjuicio originado en la reclamación de los derechos de este documento, por parte de terceros.
- Las fuentes citadas han sido debidamente referenciadas en el mismo.
- El (los) autor (es) declara (n) que conoce (n) lo consignado en el trabajo académico debido a que contribuyeron en su elaboración y aprobaron esta versión adjunta.

Título del trabajo académico:	<b>OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN EL APRENDIZAJE RELACIONADOS CON LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE IMPLICAN RAZONES TRIGONOMÉTRICAS</b>
Programa académico:	<b>LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS</b>

Firma de Autor 1:							
Nombres y Apellidos:	<b>OMAR DE JESÚS DOMÍNGUEZ HERNÁNDEZ</b>						
Documento de Identificación:	CC	X	CE		PA	Número:	<b>92.030.928</b>
Nacionalidad:	<b>COLOMBIANO</b>				Lugar de residencia:		
Dirección de residencia:							
Teléfono:					Celular:		

Firma de Autor 2:							
Nombres y Apellidos:	<b>EDGARD DANILO OSSA MARIN.</b>						
Documento de Identificación:	CC	X	CE		PA	Número:	<b>1.140.885.001</b>
Nacionalidad:	<b>COLOMBIANO</b>				Lugar de residencia:		
Dirección de residencia:							
Teléfono:					Celular:		



**FORMULARIO DESCRIPTIVO DEL TRABAJO DE GRADO**

<b>TÍTULO COMPLETO DEL TRABAJO DE GRADO</b>	<b>OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN EL APRENDIZAJE RELACIONADOS CON LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE IMPLICAN RAZONES TRIGONOMÉTRICAS</b>
<b>AUTOR(A) (ES)</b>	<b>OMAR DE JESÚS DOMÍNGUEZ HERNÁNDEZ EDGARD DANILO OSSA MARIN</b>
<b>DIRECTOR (A)</b>	<b>RAFAEL SEGUNDO SÁNCHEZ ANILLO</b>
<b>CO-DIRECTOR (A)</b>	-----
<b>JURADOS</b>	<b>YOLIMA ROCHA SANDRA VILLAREAL</b>
<b>TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE</b>	<b>LICENCIADO EN MATEMÁTICAS</b>
<b>PROGRAMA</b>	<b>LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS</b>
<b>PREGRADO / POSTGRADO</b>	<b>PREGRADO</b>
<b>FACULTAD</b>	<b>F. DE EDUCACIÓN</b>
<b>SEDE INSTITUCIONAL</b>	<b>UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO SEDE NORTE.</b>
<b>AÑO DE PRESENTACIÓN DEL TRABAJO DE GRADO</b>	<b>2020</b>
<b>NÚMERO DE PÁGINAS</b>	<b>55</b>
<b>TIPO DE ILUSTRACIONES</b>	<b>3 TABLAS EN EL DESARROLLO DEL TRABAJO.</b>
<b>MATERIAL ANEXO (VÍDEO, AUDIO, MULTIMEDIA O PRODUCCIÓN ELECTRÓNICA)</b>	<b>SI APLICA. 5 FOTOS DE MATERIAL DE ANEXO</b>
	<b>NO APLICA</b>

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN EL APRENDIZAJE RELACIONADOS CON LA  
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE IMPLICAN RAZONES TRIGONOMÉTRICAS.

OMAR DE JESÚS DOMÍNGUEZ HERNÁNDEZ

EDGAR DANILO OSSA MARÍN

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

FACULTAD DE EDUCACIÓN

PROGRAMA DE LICENCIATURA DE MATEMÁTICAS

BARRANQUILLA

2020

OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS EN EL APRENDIZAJE RELACIONADOS CON LA  
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE IMPLICAN RAZONES TRIGONOMÉTRICAS.

OMAR DE JESÚS DOMÍNGUEZ HERNÁNDEZ

EDGARD DANILO OSSA MARÍN

TRABAJO DE GRADO COMO REQUISITO PARA OPTAR EL TÍTULO DE LICENCIADO  
EN MATEMÁTICAS

ASESOR:

PhD. RAFAEL SÁNCHEZ ANILLO

UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO

FACULTAD DE EDUCACIÓN

PROGRAMA DE LICENCIATURA DE MATEMÁTICAS

BARRANQUILLA

2020

NOTA DE ACEPTACIÓN

---

---

---

EVALUADOR

---

EVALUADOR

---

## **AGRADECIMIENTOS**

El esfuerzo, la constancia y la dedicación siempre tienen sus recompensas. Alcanzar este logro, es una de ellas.

Ante todo, le damos las gracias a Dios el que nos ha dado la sabiduría y fuerza de voluntad

Agradecemos a los profesores... que contribuyeron a que esto fuera posible.

Le agradecemos ante todo a nuestro asesor que nos ayudó a alcanzar este objetivo dándonos de su conocimiento.

También queremos hacerle un reconocimiento a todos esos compañeros y amigos que aportaron un grano de arena con sus ayudas y apoyo académico



## **DEDICATORIAS**

Dedicado muy especialmente a nuestras madres, quienes con esfuerzo y sacrificio han dado lo mejor para que nosotros hayamos alcanzado este gran logro, sueño y meta.

También se lo dedicamos a todas esas personas que de una u otra forma han estado con nosotros en este camino tales como amigos, familiares, compañeros de clase, profesores y todos aquellos que de una u otra forma creyeron en nosotros.

## RESUMEN

Esta investigación fue realizada con el propósito de hacer una descripción ~~aeerea~~ de los obstáculos epistemológicos que los estudiantes presentan al momento de resolver problemas que implican razones trigonométricas. Estos obstáculos están relacionados con la metodología del profesor, los errores que cometen o incurren los alumnos al estudiar razones trigonométricas y las deficiencias en cuanto a conocimientos previos. Fue orientada bajo un enfoque cualitativo con metodología de investigación-acción. Se tomó como referentes teóricos las teorías de Guy Brousseau quien introdujo la noción de obstáculo epistemológico al conocimiento matemático y la cual inicialmente fue desarrollada por Gastón Bachelard. En términos generales se busca observar de qué manera inciden estos obstáculos a la hora de resolver problemas, teniendo en cuenta los errores que los estudiantes cometen. Otro referente teórico a considerar es la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, además no hay mentes en blanco, por tanto, el aprendizaje debe ser secuencial.

**Palabras clave:** obstáculo epistemológico, aprendizaje, resolución de problema

## ABSTRACT

This research was carried out with the purpose of describing the epistemological obstacles that students present when solving problems that involve trigonometric reasons. These obstacles are related to the teacher's methodology, the errors that students present when studying trigonometric reasons and the deficiencies in terms of previous knowledge. It was done under the qualitative research paradigm and was carried out with the type of action research. Theories of Guy Brousseau who introduced the notion of epistemological obstacle to mathematical knowledge and which was initially developed by Gaston Bachelard were taken as theoretical references. In general terms, we seek to observe how these obstacles affect when solving problems, taking into account the mistakes that students make. Another theoretical reference is the Ausubel meaningful learning theory, since there are no blank minds and the learning must be sequential.

**Keywords:** Epistemological obstacle, learning, problem solving

## TABLA DE CONTENIDO

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	8
<b>CAPITULO I PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.</b> .....	10
<b>1.1</b> Descripción del Problema. ....	10
<b>1.2</b> Formulación del Problema .....	11
<b>1.3</b> Justificación.....	13
<b>1.4</b> . Objetivos .....	14
<b>1.4.1</b> Objetivo general. ....	14
<b>1.4.2</b> Objetivos específicos.....	15
<b>CAPITULO II. MARCO REFERENCIAL</b> .....	16
<b>2.1</b> Antecedentes. ....	16
<b>2.2</b> Marco Teórico.....	21
<b>2.2.1</b> Una visión histórica de los obstáculos epistemológicos.....	21
<b>2.2.2</b> El aprendizaje. elementos que intervienen y la descripción del proceso.....	24
<b>2.2.3</b> Resolución de problemas y su importancia en la vida cotidiana. ....	25
<b>2.2.4</b> Razones trigonométricas .....	27
<b>CAPITULO III DISEÑO METODOLÓGICO</b> .....	30
<b>3.1</b> Diseño y Metodología de investigación .....	30
<b>3.2</b> Población y Muestra.....	32
<b>3.3</b> Técnicas e instrumentos de investigación .....	32
<b>3.3.1</b> Observación.....	33
<b>3.3.2</b> Entrevista a estudiantes y docentes. ....	34
<b>3.3.3</b> Revisión documental. ....	34
<b>3.3.4</b> Triangulación .....	35
<b>CAPÍTULO IV ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS</b> .....	36

<b>4.1</b>	<b>Análisis e interpretación de la información.....</b>	<b>36</b>
4.1.1	Análisis de la observación no participativa.....	36
4.1.2	Análisis de la entrevista docente.....	37
4.1.3	Análisis a estudiantes.....	37
4.1.4	Análisis entrevista a estudiantes número 2.....	39
4.1.5	Análisis de entrevista a coordinador.....	41
4.1.6	Análisis entrevista docente.....	41
4.1.7	Observación no participativa.....	42
<b>4.2</b>	<b>Recolección o Producción de Información.....</b>	<b>42</b>
4.2.1	Triangulación general.....	42
<b>CAPITULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>		<b>44</b>
<b>5.1</b>	<b>Conclusiones.....</b>	<b>44</b>
<b>5.2</b>	<b>Recomendaciones.....</b>	<b>45</b>
<b>REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS.....</b>		<b>46</b>
<b>ANEXOS.....</b>		<b>48</b>
Anexo # 1	.....	48
Anexo # 2	.....	49
Anexo # 3	.....	50
Anexo # 4	.....	51
Anexo # 5	.....	52
Anexo # 6	.....	53
Anexo # 7	.....	54
Anexo # 8	.....	55

## INTRODUCCIÓN

El análisis de los obstáculos epistemológicos es un tema que ha cobrado importancia en el contexto matemático dado que fue introducido por Brousseau en 1986 en esta área, observando la manera como los estudiantes presentaban errores al momento de realizar operaciones matemáticas. Estos errores identificados convierten a dichos obstáculos como elementos integrantes de los procesos de aprendizaje; por esta razón, esta investigación está orientada a describir como estos obstáculos inciden en el aprendizaje en el caso específico de resolución de problemas que implican razones trigonométricas. El paradigma de la investigación fue el cualitativo, tuvo lugar en el la Institución Educativa Liceo Nacional de Soledad y se tomó como muestra no probabilística homogénea a diez estudiantes de décimo grado de dicha institución.

En el capítulo I, se expone la problemática que presentan los estudiantes frente a la no asimilación de los conceptos matemáticos, a las practicas comunes de volverse solo memorísticos, de igual manera se justifica la pertinencia de la investigación y los objetivos propuestos.

En el capítulo II, se encuentran los trabajos que le anteceden a este, de carácter nacional, internacional y local; por otro lado, los hallazgos que se obtuvieron, así como también las categorías que fundamentan la investigación.

El capítulo III, menciona el diseño metodológico usado en la investigación, el cual es de tipo cualitativo, donde se mencionan y detallan las técnicas para la recolección de datos la cual le dan validez a la investigación.

En el capítulo IV, se analiza e interpreta la información obtenida mediante las técnicas e instrumentos mencionados en el capítulo anterior y se triangula la información obtenida para facilitar su análisis.

Y por último se encuentra el capítulo V, en el que se presentan las conclusiones obtenidas al aplicar técnicas e instrumentos; posteriormente analizadas, donde se relacionan los objetivos planteados en el primer capítulo con los resultados obtenidos para ver si realmente se cumplió lo esperado, también hay espacio para las recomendaciones según el caso, y los anexos que evidencian la investigación.

## **CAPITULO I PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.**

### **1.1 Descripción del Problema.**

Desde las perspectivas del MEN (2017) se ha dado una importancia del proceso matemático de resolución de problemas, esto se ve claramente reflejado en los lineamientos curriculares en el área de matemáticas en los cuales están descritos los procesos matemáticos, los tipos de pensamiento matemático y sus características. Es así como en las diferentes pruebas SABER se han visto reflejado que la prueba de razonamiento cuantitativo se ha enfocado en resolver problemas. Estos problemas están relacionados con la geometría, el análisis de situaciones, los diferentes tipos de pensamientos matemáticos, que conllevan al análisis de situaciones problema. Se observa claramente que a nivel general ~~que~~ los estudiantes no presentan las competencias básicas para este proceso de resolución de problemas y esto se debe a que existen múltiples errores que se relacionan a obstáculos ya sean epistemológicos, didácticos u ontogénicos.

(Lárez, 2018) los procesos de aprendizaje se encuentran dentro de los mismos estudiantes y todos tienen la capacidad de aprender, pero sin importar las diferentes formas como el docente enseñe los conceptos matemáticos, este no garantiza que los estudiantes aprendan de la misma forma. Es posible que lo aprendido por los estudiantes no sea lo esperado por el profesor, ya que todo está condicionado a múltiples factores. Por lo tanto, es necesario que los docentes conozcan los factores que no permiten que los estudiantes tengan un aprendizaje óptimo.



Por otro lado (Miranda, 2017) consideran que existen muchas problemáticas en cuanto al estudio de las razones trigonométricas la más relevante es la forma mecánica en la que se enseña las razones trigonométricas lo cual conlleva a un proceso memorístico, rutinario, sin ningún sentido, ni utilidad, imposibilitándole a los estudiantes la adquisición de habilidades y por consiguiente no se logra un aprendizaje adecuado. Esto se debe a que los docentes no conocen propuestas novedosas de enseñanza que les faciliten a los estudiantes el aprendizaje.

Los múltiples errores que los estudiantes presentan a la hora de resolver problemas están asociados a obstáculos epistemológicos que no le permiten la adquisición del nuevo conocimiento (Viñas, 2014). Estos errores pueden ser de diferentes tipos y forman parte de los procesos de aprendizaje, también del conocimiento científico y por lo tanto también del conocimiento matemático.

## **1.2 Formulación del Problema**

En relación a la descripción del problema donde se da a conocer la importancia de desarrollar el pensamiento espacial, surgen diversos interrogantes acerca de las estrategias que implementan los docentes en el proceso de enseñanza de la trigonometría, y así mismo la forma como incide en el desarrollo de temáticas como la resolución de problemas que implican razones trigonométricas. Por lo tanto, se plantean las siguientes preguntas:

### **Pregunta principal**

¿De qué manera los obstáculos epistemológicos en el aprendizaje dificultan la resolución de problemas que implican razones trigonométricas?

**Preguntas secundarias.**

¿Cuáles son los obstáculos epistemológicos que impiden que los estudiantes resuelvan problemas desde la perspectiva de las razones trigonométricas?

¿De qué manera los obstáculos epistemológicos inciden en la enseñanza de las razones trigonométricas?

¿Cuáles son los fundamentos epistemológicos que debe tener el PEI para garantizar la efectividad en el proceso de resolución de problemas?

### **1.3 Justificación.**

En la actualidad la calidad de la educación del país se ha convertido en un motivo de preocupación para el Ministerio de Educación Nacional (MEN) especialmente en áreas fundamentales como la de lenguaje y matemáticas. Según el Centro de Estudios Económicos Regionales (CEER, 2015), en un estudio denominado Evaluación externa y calidad de la educación (2015), en el cual se compara el desempeño de los estudiantes colombianos en el componente de matemáticas de las pruebas PISA en el año 2013, se logra evidenciar que los estudiantes no alcanzan un nivel mínimo requerido como es el nivel básico, dando así a conocer que la mayoría de los estudiantes está por debajo de ese nivel, para el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES,2013) ubicando el departamento del atlántico los estudiantes se encuentran por debajo del nivel bajo en relación a las tres competencias de matemáticas.

Desde los lineamientos curriculares del MEN se da un papel muy importante a la formulación, tratamiento y resolución de problemas, permitiendo de esta manera darles sentido a los conceptos matemáticos, ya que adquieren valor al ser utilizados en el contexto real del individuo desde las mismas matemáticas o en otras ciencias. Desde esta perspectiva el docente debe crear, desarrollar y resignificar estrategias para posibilitar el aprendizaje de conocimientos matemáticos y transformar los procesos de enseñanza. (Runza, 2013). Desde esta perspectiva podemos decir que dada la importancia que tiene la resolución de problemas, los múltiples elementos que se vinculan en ella y la necesidad de aprender a resolver problemas se hace necesario realizar una investigación orientada al análisis de los procesos que se asocian de manera directa o indirecta con la resolución de problemas bajo el uso de las razones trigonométricas.

Desde el punto de vista social, (Morín, 1999) transversaliza los conocimientos científicos, dentro de los cuales se encuentra el conocimiento matemático, relacionándolos los unos con los otros. La perspectiva de las razones trigonométricas está relacionada con el pensamiento geométrico que se tiene del espacio real. Todo el espacio puede ser visto desde el punto de vista de triángulos, ya que toda figura geométrica puede dividirse en triángulos. En el caso de las razones trigonométricas y los triángulos rectángulos muchas situaciones se pueden asociar a estos triángulos; por ejemplo, la altura de las edificaciones, el ancho de las calles, ríos o lugares, la posición de los objetos con respecto al piso y en general toda situación que involucre la construcción de un triángulo rectángulo.

A nivel científico, las razones trigonométricas y los problemas que se derivan de ellas tienen múltiples aplicaciones en física y en muchas de sus ramas. El concepto de fuerza viéndose como un vector con componentes rectangulares, los ángulos de incidencia de la luz y el carácter vectorial de muchas magnitudes están asociados a las razones trigonométricas (MEN).

Contextualizándolo a lo pedagógico, es importante analizar estos procesos conociéndolos de antemano porque le ofrecen herramientas al estudiante para resolver problemas, generalizando el teorema de Pitágoras más allá de los catetos y la hipotenusa (Viñas, 2014).

## **1.4 . Objetivos**

### **1.4.1 Objetivo general.**

Describir la manera como los obstáculos epistemológicos en el aprendizaje dificultan la resolución de problemas que implican las razones trigonométricas.

### **1.4.2 Objetivos específicos**

Identificar los obstáculos epistemológicos que impiden que los estudiantes resuelvan problemas que implican razones trigonométricas.

Conocer las características del docente que lo convierten en generador de obstáculos epistemológicos

Examinar las características del PEI y su relación con la resolución de problemas.

## **CAPITULO II. MARCO REFERENCIAL**

### **2.1 Antecedentes.**

Para la realización de la siguiente investigación buscamos antecedentes de diversas fuentes: tesis, artículos de revistas, libros de texto y encuentros de educación matemática, los cuales aportan de una u otra forma a esta investigación, teniendo en cuenta cada una de las cuatro categorías que determinan la investigación: obstáculos epistemológicos, aprendizaje, resolución de problemas y razones trigonométricas.

#### **Antecedentes Internacionales**

Un primer antecedente que tenemos es el siguiente: (Ridruejo, 2015) en la investigación titulada: “Aprendizaje basado en problemas: Trigonometría y triángulos”, una investigación hecha en la Universidad de la Rioja en España. El punto central de esta investigación es la frase: “Una imagen vale más que mil palabras”. Según esta investigación las soluciones dadas a los problemas se deben apoyar en imágenes visuales que ayuden a una mejor comprensión de las estrategias. Esta investigación le aporta a nuestro trabajo ya que el análisis que se le hace a la trigonometría y en particular a los triángulos ayuda a los estudiantes a superar las dificultades en cuanto a la resolución de problemas y le brinda al profesor herramientas útiles a la hora de enseñar

Un segundo antecedente internacional es: (Jaimes Yabar y Freddy Armando, 2016) en su investigación: “Efectos de la Enseñanza Modular Personalizada en el Aprendizaje de la Trigonometría en los alumnos del Quinto Grado de Secundaria en la Institución Educativa Politécnico Nacional del Callao” realizada en la Universidad Nacional de Educación en Lima, Perú. En este trabajo se analiza como la enseñanza por módulos es importante dentro

del aprendizaje de la trigonometría. En él se tienen en cuenta diversos aspectos sobre el aprendizaje desde el punto de vista de muchos autores, los cuales ayudan a contextualizar los tipos de aprendizaje y la manera como el aprendizaje se desarrolla. Este antecedente le aporta a la investigación en el sentido de que le da un horizonte diferente donde se analiza la importancia de la enseñanza modular personalizada, lo cual puede convertirse en una herramienta útil para superar los obstáculos que conllevan a dificultades en el aprendizaje.

Un tercer antecedente internacional es: (Viñas, 2014) en su investigación titulada: “De los errores encontrados a la investigación a los errores encontrados en un aula de primero de bachillerato”. Estudio publicado en la Revista de Didáctica de las Matemáticas Números en julio de 2014 y realizado por estas investigadoras de universidades de Sevilla, España. Este estudio analiza la manera como los estudiantes cometen errores al momento de resolver problemas matemáticos, teniendo en cuenta el origen de estos errores y llevándonos al campo específico de los obstáculos epistemológicos. Este trabajo le aporta a nuestra investigación ya que en ella se analiza diversas clases de errores debido a múltiples razones. En el desarrollo de la investigación se sitúan errores relacionados con la trigonometría. Dichos errores son analizados desde el punto de vista de los obstáculos epistemológicos vistos desde el punto de vista de Bachelard y Brousseau. De acuerdo a este antecedente: Se puede decir que nuestro alumnado se renueva año tras año, pero muchos de los errores por ellos cometidos han sido identificados en anteriores estudios y persisten a lo largo del tiempo.

### **Antecedentes Nacionales**

Un primer antecedente nacional que tenemos es (Escalante, 2018) en su investigación: “El uso comprensivo de las razones trigonométricas en el planteamiento y resolución de

problemas”. Este trabajo realizado en la Universidad Nacional de Manizales en Colombia, contribuye al fortalecimiento de procesos cognitivos y el desarrollo de los pensamientos variaciones, geométrico y espacial a través de la solución de problemas para el uso comprensivo de las razones y funciones trigonométricas en estudiantes de educación media, a partir del uso de Geogebra. El trabajo se desarrolla bajo el diseño y aplicación de tres tipos de talleres: familiarización, afianzamiento y profundización, en los cuales se hace uso de Geogebra como mediador y fortalecedor de habilidades, competencias y destrezas asociados a los pensamientos referidos. Este trabajo le aporta a nuestra investigación ya que en él se analiza como el estudiante se acerca a la resolución de problemas utilizando razones trigonométricas, dándole un carácter comprensivo y ayudando a superar las dificultades que puedan estar asociadas a estos procesos.

Un segundo antecedente nacional es (Miranda, 2017) en su investigación titulada “Un acercamiento histórico a las razones trigonométricas seno y coseno para la implementación de una experiencia en el aula”, estudio realizado en la Universidad del Valle. Según esta investigación: La Historia de las Matemáticas y la enseñanza de las matemáticas, revelan una fuerte relación cuando se reconoce que la historia ayuda a entender a las matemáticas como una actividad que forma parte del contexto social y cultural, de manera cambiante de acuerdo a necesidades del momento. Por tal razón, no se pretende recrear la historia en detalle, sino resaltar algunos momentos importantes en la construcción del concepto de razones trigonométricas; por medio de una actividad en el aula, la cual logre fortalecer el aprendizaje de las razones trigonométricas seno y coseno, mediante distintas actividades que le permitan al docente identificar problemáticas como del por qué los alumnos tienen dificultades en resolver tareas que involucren a las razones trigonométricas, y a su vez, como el docente



pueda desarrollar herramientas que ayuden a mitigar las diferentes problemáticas encontradas.

Esta investigación le aporta a nuestro trabajo porque mediante ella se aborda la problemática de porque los estudiantes no son capaces de razonar, analizar y comprender los conceptos relacionados con razones trigonométricas en este caso seno y coseno y las actividades allí desarrolladas nos permiten sacar conclusiones relacionadas con el contexto de las razones trigonométricas.

Un tercer antecedente nacional es: (Lárez, 2018) en su estudio “Algunos obstáculos que imposibilitan el aprendizaje efectivo de las matemáticas”. Según esta investigación los factores asociados con el aprendizaje de la matemática siguen siendo un tema fundamental en la actividad investigativa en educación matemática. En este sentido, el artículo tiene como propósito ofrecer a la comunidad de investigadores y profesores de matemáticas la noción de obstáculos de aprendizaje como marco referencial apropiado para orientar investigaciones y procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática y, quizás, de otras áreas curriculares. Este trabajo nos aporta a nuestra investigación ya que además de analizar los obstáculos epistemológicos en torno al aprendizaje también los relaciona en cuanto a otros factores que inciden en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

### **Antecedentes locales**

Como primer antecedente local tenemos la investigación titulada “Análisis del pensamiento crítico desde situaciones que implican las razones trigonométricas en estudiantes de décimo grado” desarrollada por Juan Pablo Gil Campbell, Johan Alexander Valle Padilla. En esta investigación se realiza un análisis a partir de situación problema

desarrolladas en clase de trigonometría. Esta investigación nos aporta ya que se hace un análisis crítico desde ciertas perspectivas que implican las razones trigonométricas. Para ser más específicos teniendo en cuenta estas perspectivas los estudiantes reflexionan sobre cómo se deben resolver problemas, los elementos que intervienen y un razonamiento conforme a los interrogantes planteados en el problema.

Un segundo antecedente es la investigación titulada Guía Interactiva apoyada en el modelo combinado para el aprendizaje autónomo de razones trigonométricas seno, coseno y tangente en décimo grado desarrollada en la Universidad del Atlántico en el año 2018 por los estudiantes Natalia Erazo Felizzola, Peter Tomas López Ávila, Cesar A peña Barraza. Esta investigación nos aporta ya que se analiza el aprendizaje autónomo una de las categorías de nuestra investigación. Este aprendizaje se ve apoyado por una guía en cierto modelo.

Un tercer antecedente local es la investigación titulada "Didácticas con herramientas TIC, para facilitar los procesos de resolución de problemas con aplicación de las razones trigonométricas en décimo grado", estudio hecho en la Universidad del Atlántico en el año 2016 desarrollada por Víctor Alfonso Pallares Suevvis, Eduardo Luís Ríos Arroyo, Leonardo Fabio Villafañe Pugliese. Este antecedente le aporta a nuestra investigación porque se ve la manera como las herramientas tics ayudan a superar algunos obstáculos en la resolución de problemas.

## **2.2 Marco Teórico.**

### **2.2.1 Una visión histórica de los obstáculos epistemológicos**

El concepto de obstáculo epistemológico fue implantado por el filósofo francés Gastón Bachelard para interpretar o mostrar aquellas cosas que impiden que los sujetos adquieran nuevos conocimientos. Para Bachelard estos se hacen visibles en todos los individuos que están inmersos en un determinado contexto en donde no tienen experiencias directas. Según Mendoza (2008)

Esta fue una contribución importante por parte de este filósofo a la moderna teoría del conocimiento. Él los asume como dificultades psicológicas que no les permiten a las personas la aprehensión de un conocimiento objetivo. Es claro que a lo largo de la historia de la filosofía se han realizado importantes esfuerzos para determinar cuáles son los factores que no le permiten al ser humano ver objetivamente la realidad que lo rodea y dichos factores estaban asociados a los órganos sensoriales por los cuales el individuo percibe o también estaba asociado con los instrumentos que el hombre usa para investigar.

Fue Francis Bacon quien inicia la búsqueda de dificultades al interior del intelecto de cada individuo. Este filósofo en su obra *Novum Organum* plantea la necesidad de mantener una actitud escéptica frente a todo conocimiento obtenido hasta la fecha, pero plantea la posibilidad de un conocimiento objetivo si antes se realiza una reforma del método para alcanzar la verdad. Para poder realizar lo anterior, era necesario inicialmente eliminar de la mente errores que están presentes cuando se realiza la investigación. Bacon llamó a estos errores ídolos, que son prejuicios que se presentan al espíritu y que no permiten la adecuada identificación de los elementos de la naturaleza.

Bachelard al igual que Bacon encuentra elementos en el interior del intelecto del hombre que no le permiten un conocimiento objetivo no permitiendo la adecuada evolución del espíritu en donde se pasa de un conocimiento sensorial a un conocimiento científico Bachelard identifica diez obstáculos epistemológicos:

El primer obstáculo que identifica es la experiencia primera, conformada de informaciones que se perciben y se alojan en el espíritu generalmente en los primeros años de la vida intelectual esas informaciones no se pudieron someter a crítica alguna, pues el espíritu se encontraba desarmado y altamente voluble.

El segundo obstáculo epistemológico es el obstáculo realista, que consiste en tomar la noción de sustancia como una realidad, que no se discute y de la que parte toda una serie de conocimientos que tiene relación directa e indiscutible con la naturaleza de la sustancia misma.

El tercer obstáculo epistemológico es el verbal y se ubica en los hábitos verbales utilizados cotidianamente los que se convierten en obstáculos más efectivos cuanto mayor sea su capacidad explicativa, es así como un término que aparezca claro y diáfano al entendimiento pasa a ser tratado como un axioma al que no es necesario explicar, deja de ser una palabra y pasa a ser una categoría empírica para el que lo utiliza

El conocimiento unitario y pragmático es identificado como el cuarto obstáculo epistemológico que se presenta en toda comunidad pre-científica ya que el concepto de unidad permite simplificar el estudio de cualquier realidad.

El quinto obstáculo epistemológico es el denominado sustancialista que consiste en la unión que se hace de la sustancia y sus cualidades

El sexto obstáculo es el realista en el que el entendimiento queda deslumbrada con la presencia de lo real, hasta tal punto que se considera que no debe ser estudiado ni enseñado, lo real se adorna con imágenes que llevan consigo las marcas de las impresiones personales del sujeto que investiga, así la argumentación de un realista es más agresiva frente al que no lo es porque el primero cree poseer la realidad del fenómeno.

El séptimo obstáculo epistemológico es el denominado animista, según este cualquier sujeto presta mayor atención y por tanto da una más grande valoración al concepto que conlleve a la vida, que contenga vida o que se relacione con ella.

El mito de la digestión es identificado como el octavo obstáculo a tener en cuenta, según este todo fenómeno que tenga relación con la digestión o la cocción (se considera al estómago como una gran caldera) pasará a obtener una mayor valoración explicativa; es así como al ser considerado el proceso de la digestión como un pequeño incendio por los alquimistas ellos le dieron más importancia a los procesos en que se necesitará del fuego para obtener un producto o una reacción.

El noveno obstáculo epistemológico, Bachelard lo identifica como la libido, a la que se interpreta desde el punto de vista de la voluntad de poder o la voluntad de dominio hacia otros presentada en el individuo que investiga y que no puede dejar de reflejar en sus experimentos o en sus intentos de dar explicación coherente ante un fenómeno nuevo.

El último obstáculo es el conocimiento cuantitativo, ya que es considerado todo conocimiento cuantitativo como libre de errores, saltando de lo cuantitativo a lo objetivo, todo lo que se pueda contar tiene una mayor validez frente a lo que no permita este proceso.

(Barrantes, 2006) Quien introduce la idea de obstáculo epistemológico a nivel del aprendizaje de las matemáticas es Brousseau. El conceptualiza obstáculo epistemológico acercándose a las causas que conducen a errores: “El error no es solamente el efecto de la ignorancia, la incertidumbre, sino que es el efecto de un conocimiento anterior, que, a pesar de su interés o éxito, ahora se revela falso o simplemente inadecuado”. De este modo, al mencionar obstáculo epistemológico, este autor no se refiere necesariamente a conocimientos erróneos; sino a tipos de conocimiento que están obstaculizando la adquisición (construcción) de uno nuevo.

### **2.2.2 El aprendizaje. elementos que intervienen y la descripción del proceso.**

Según Castillo (2015), durante mucho tiempo se consideró que el aprendizaje era equivalente a cambio de conducta, debido a que la perspectiva conductista estaba bien cimentada en el quehacer educativo. Pero se ha hecho evidente que el aprendizaje humano va más allá de un cambio de conducta, en donde lo que se ve claramente que es un cambio de significado de la experiencia. La experiencia humana no solo implica pensamiento, sino también afectividad y únicamente cuando se consideran en conjunto se capacita al individuo para enriquecer el significado de su experiencia. Para entender la labor educativa, es necesario tener en consideración otros tres elementos del proceso educativo: los profesores y su manera de enseñar; la estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en que éste se produce y el entramado social en el que se desarrolla el proceso educativo. Lo anterior se desarrolla dentro de un marco psicoeducativo, puesto que la psicología educativa trata de explicar la naturaleza del aprendizaje en el salón de clases y los factores que lo influyen, estos fundamentos psicológicos proporcionan los principios para que los profesores descubran por sí mismos los métodos de enseñanza más eficaces, puesto

que intentar descubrir métodos por "Ensayo y error" es un procedimiento ciego y, por tanto, innecesariamente difícil y antieconómico.

En este sentido una "teoría del aprendizaje" ofrece una explicación sistemática, coherente y unitaria del ¿cómo se aprende?, ¿Cuáles son los límites del aprendizaje?, ¿Por qué se olvida lo aprendido?, y complementando a las teorías del aprendizaje encontramos a los "principios del aprendizaje", ya que se ocupan de estudiar a los factores que contribuyen a que ocurra el aprendizaje, en los que se fundamentará la labor educativa; en este sentido, si el docente desempeña su labor fundamentándola en principios de aprendizaje bien establecidos, podrá racionalmente elegir nuevas técnicas de enseñanza y mejorar la efectividad de su labor.

### **2.2.3 Resolución de problemas y su importancia en la vida cotidiana.**

Polya (1945) establece que la resolución de problemas es una característica esencial que distingue a la naturaleza humana y cataloga al hombre como "el animal que resuelve problemas". Siendo un matemático productivo, se preocupó por el mal desempeño de sus estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, particularmente al resolver problemas. Creía que era posible llevar al salón de clases su experiencia como matemático cuando se encontraba resolviendo problemas y, de esta manera, ayudar a los estudiantes (Santos, 2007). Analizó los diálogos que regularmente realizaba consigo mismo, cuando se encontraba inmerso en el proceso de solución y sistematizó un método que puede ser útil a los estudiantes al resolver problemas.

Desde cuando los seres humanos comenzaron a poblar la tierra el hombre vio la necesidad de resolver problemas que se le presentaban en su diario vivir. Es así como desde

las culturas más antiguas tales como la egipcia, la china, la india y la mesopotámica, cunas del desarrollo científico y tecnológico, ellas necesitaron resolver problemas que les permitieran subsistir.

El desarrollo científico y tecnológico ha sido posible gracias a esta necesidad del hombre de resolver problemas. Desde la invención de la rueda hasta la primera revolución industrial, la creación de máquinas, la tecnología y la nanotecnología han sido posible debido a la constante lucha de los hombres por facilitarse las cosas en la vida cotidiana.

Desde el punto de vista de la educación matemática la resolución de problemas aparece como un proceso fundamental dentro del aprendizaje y esto implica que el proceso de aprendizaje debe conllevar a la resolución de problemas. Es allí donde las ciencias adquieren sentido y se conectan con el diario vivir. Véase libro: Historia de las matemáticas: Mesopotamia, Egipto e India.

El término “resolución de problemas” se ha convertido en un slogan que acompañó diferentes concepciones sobre qué es la educación, qué es la escuela, qué es la Matemática y por qué debemos enseñar matemática en general y resolución de problemas en particular. Stanic y Kilpatrick (1988).

Sin duda, la resolución de problemas es la línea sobre la que se han centrado el mayor número de esfuerzos, tanto por lo escrito sobre el tema como por el desarrollo de proyectos de investigación en los últimos 30 años y, en consecuencia, la que mayor impulso ha proporcionado a la educación matemática. Quizás la razón sea que se nutre de los aspectos esenciales del quehacer matemático: los problemas y las acciones típicas del pensamiento que intervienen en el proceso de solución. El estudio e incorporación de estos aspectos, así



como la puesta en claro de cómo realizar acciones que contribuyan a la resolución de los problemas, se debe a George Polya que, debido al acostumbrado fracaso de sus estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, se propuso diseñar un método que pudiera servirles para aprender a resolver problemas, al cual denominó *¿Cómo resolverlo?* (Polya, 1945), marcando así un nuevo rumbo en el estudio de problemas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas según Armando Sepúlveda López, Cynthia Medina García y Diana Itzel Sepúlveda Jáuregui (2009).

#### **2.2.4 Razones trigonométricas**

Para poder crear nuevos elementos que permitieran el estudio de la trigonometría fue necesario analizar el concepto de movimiento desde el punto de vista de las matemáticas, es decir concebir cualidad y movimiento en términos de entes abstractos (figuras y números). Del siglo XVI al siglo XVII se da una emergencia conjunta de los conceptos físicos y los conceptos matemáticos, donde autores como De Gandt (1999) reconocen al estudio del movimiento y las velocidades como lo que introduce a los problemas y descubrimientos del cálculo infinitesimal.

La teoría newtoniana destaca el concepto dinámico en cuanto a los fenómenos y los objetos matemáticos. Para enunciar sus leyes Newton debe integrar elementos matemáticos ligados a los fenómenos físicos. Las primeras leyes matemáticas que rigen el movimiento de los cuerpos son las leyes de Kepler y de esto se vale Newton para su estudio de los fenómenos. Integrándolas con los estudios de Galileo (Cantoral y Farfán, 2004) partiendo de una interpretación de los objetos geométricos como entidades generadas por un movimiento continuo, pero que no podía ser reducido a una geometría del movimiento y que se fundaba

sobre un tratamiento de las ecuaciones algebraicas que prefiguraban de algún modo la noción analítica de la función (Panza, 2001). Una figura geométrica se concibe entonces como una especie de mecanismo donde el movimiento se transmite de acuerdo con las articulaciones de la figura; las líneas y las superficies vienen engendradas, en sentido propio, por desplazamientos (De Gandt, 1999). La predicción, entendida como la necesidad de conocer un estado futuro con base en el presente y las variaciones de su pasado, se reconoce como la práctica social que regula las actividades asociadas a esta matematización de la física, y el paso del fenómeno celeste al modelo mecánico constituye una vía de transición de lo geométrico al plano funcional. El método de los infinitesimales hace de la serie infinita la expresión matemática para representar la relación entre dos cantidades variables, sus cambios y sus variaciones. En este sentido, la cantidad trigonométrica se despojará de su carácter geométrico-estático cuando pase de ser la medida de una línea en el círculo a una cantidad cuya ley de variación describa un movimiento particular. La cantidad trigonométrica, reconocida como trascendente, adquiere el estatus de función analítica al aplicarle los métodos del análisis infinitesimal. Los infinitos le permiten a Euler poner al descubierto la estructura interna de las funciones (Durán, 2009), que para el caso del seno y el coseno la constituye sus propiedades periódica y acotada. En este sentido, se dan cambios importantes como trasladar el foco de atención del tiempo (o periodo) al movimiento, de lo periódico del tiempo a lo periódico del movimiento, pero siempre referido al comportamiento del objeto en cuestión.

Este movimiento se caracteriza por lo que tienen en común la cuerda vibrante, las ondas de sonido que produce la campana, las ondulaciones del agua y los flujos (o corrientes) marinas; lo que actualmente denominamos movimiento de un oscilador armónico. Una vez

que lo trigonométrico adquiere el estatus de función, son sus propiedades lo que la convertirán en una herramienta poderosa en el análisis matemático. El uso de lo trigonométrico se ampliaría en la resolución de problemas físico-matemáticos específicos, pero en un momento en donde la matemática se perfila hacia la racionalidad del rigor lógico

Con esta epistemología de prácticas no se pretende una reproducción de lo sucedido en la historia (una génesis ficticia, como se le conoce en la disciplina), sino una reconstrucción de condiciones tales como el contexto, el lenguaje, la racionalidad y, principalmente, el manejo adecuado de las escalas de tiempo; reconociendo que las actividades estarán matizadas por el escenario, el planteamiento de situaciones-problema y los participantes (edad, conocimientos previos, tradición escolar, etc.). Esta epistemología nos ha permitido explicar las dificultades del estudiante al reconocer que la introducción a la trigonometría a través del estudio del triángulo rectángulo despoja a las razones trigonométricas de todo aquello que le da origen, sentido y significado; es decir, hay una pérdida del proceso geométrico en la construcción de lo trigonométrico. Tomado de (Montiel, 2013)

## CAPITULO III DISEÑO METODOLÓGICO

### 3.1 Diseño y Metodología de investigación

De acuerdo con Hernández, Fernandez, & Baptista, (2014) el diseño de la investigación es de tipo cualitativo puesto que pretende describir, comprender e interpretar los fenómenos, a través de las percepciones y significados producidos por las experiencias de los participantes. (p,11)

Según lo anterior el fenómeno objeto de estudio de la presente investigación describir la manera como los obstáculos epistemológicos en el aprendizaje dificultan la resolución de problemas que implican las razones trigonométricas.

La investigación cualitativa permite que el proceso sea flexible, abierto durante el trabajo de campo o realización del estudio. Según Hernández Fernández & Baptista, (2014). (p. 11) lo cual permite que la investigación, no se restrinja, que pueda descubrir aspectos que resulten espontáneamente, pero sin salirse del fenómeno estudiado, que en principio se pasaron por alto o simplemente no se consideraron pero que son relevantes en el estudio.

El diseño de esta investigación se asume bajo la investigación-acción la cual Latorre (2005), lo define como un “instrumento que genera cambio social y conocimiento educativo sobre la realidad social y/o educativa, que proporciona autonomía y da poder a quienes la realizan” (p.23). Por esta razón, se pretende que la investigación, pueda generar una cultura de cambio en las concepciones que se tiene sobre los obstáculos epistemológicos.

### 3.2 Metodología

A continuación, se presentan las fases del proceso de la investigación – acción según Kemmis (1989). En 1984 Kemmis señaló que la investigación-acción tiene una doble

propiedad. Es una ciencia práctica y moral, pero también una ciencia crítica. citado por Latorre (2005).

- **Planificación:** En esta primera fase se plantean las acciones a realizar basándose en la información obtenida mediante las técnicas de recolección de información. Estas acciones buscan mejorar las dificultades en la comprensión de conceptos matemáticos encontradas en los estudiantes
- **La acción:** En esta fase se implementan las acciones estratégicas aplicando los instrumentos adecuados y pertinentes para alcanzar los objetivos que en esta investigación están orientados a describir los obstáculos epistemológicos como herramienta transformadora y auto reguladora de los conocimientos de los estudiantes implicados en la investigación.
- **La observación de la acción:** En esta fase se organiza y se analiza la información obtenida, ya que “La observación recae sobre la acción, ésta se controla y registra a través de la observación y nos permite ver qué está ocurriendo. (...) Los datos recogidos en la observación, permiten identificar evidencias o pruebas para comprender si la mejora ha tenido lugar a no.” (Latorre, 2005, pág. 48)
- **La reflexión:** En esta parte se reflexiona sobre los resultados obtenidos en la observación, en esta parte se interpreta la información para finalmente realizar un informe donde se aprecian las virtudes, recomendaciones y dificultades de la acción y la implementación, permitiendo un plan de mejora pertinente.

### **3.2 Población y Muestra**

La investigación tuvo lugar en la institución educativa Liceo Nacional de Soledad. La muestra que se tomo fue homogénea de diez estudiantes de décimo grado, en ellas, las unidades que se seleccionaron poseen un mismo perfil o características, o bien comparten rasgos similares. Su propósito es centrarse en el tema por investigar o resaltar situaciones, procesos o episodios en un grupo social.

### **3.3 Técnicas e instrumentos de investigación**

En el desarrollo de la investigación se implementaron diferentes técnicas e instrumentos que le aportan validez y confiabilidad a los datos y resultados obtenidos.

El cuestionario como instrumento de investigación/evaluación: El cuestionario es un procedimiento considerado clásico en las ciencias sociales para la obtención y registro de datos. Su versatilidad permite utilizarlo como instrumento de investigación y como instrumento de evaluación de personas, procesos y programas de formación. Es una técnica de evaluación que puede abarcar aspectos cuantitativos o cualitativos. Su característica singular radica en que, para registrar la información solicitada a los mismos sujetos, ésta tiene lugar de una forma menos profunda e impersonal, que el "cara a cara" de la entrevista. Al mismo tiempo, permite consultar a una población amplia de una manera rápida y económica. (Muñoz, 2003)

La finalidad del cuestionario es obtener, de manera sistemática y ordenada, información acerca de la población con la que se trabaja, sobre las variables objeto de la investigación o evaluación. Fox 2 considera que, al utilizar esta técnica, el evaluador y el investigador, tienen que considerar dos caminos metodológicos generales: estar plenamente

convencido de que las preguntas se pueden formular con la claridad suficiente para que funcionen en la interacción personal que supone el cuestionario y dar todos los pasos posibles para maximizar la probabilidad de que el sujeto conteste y devuelva las preguntas.

### **3.3.1 Observación.**

Según Sabino (1992, p 111-113), la observación es una técnica antiquísima, cuyos primeros aportes sería imposible rastrear. A través de sus sentidos, el hombre capta la realidad que lo rodea, que luego organiza intelectualmente y agrega: La observación puede definirse, como el uso sistemático de nuestros sentidos en la búsqueda de los datos que necesitamos para resolver un problema de investigación.

La observación es directa cuando el investigador forma parte activa del grupo observado y asume sus comportamientos; recibe el nombre de observación participante. Cuando el observador no pertenece al grupo y sólo se hace presente con el propósito de obtener la información la observación, recibe el nombre de no participante o simple.

### **3.3.2 Entrevista a estudiantes y docentes.**

Proporciona un excelente instrumento heurístico para combinar los enfoques prácticos, analíticos e interpretativos implícitos en todo proceso de comunicar Galindo, (1998 p. 277). Por otra parte, Sabino (1992 p.116) comenta que la entrevista, desde el punto de vista del método es una forma específica de interacción social que tiene por objeto recolectar datos para una investigación. Las preguntas del cuestionario pueden ser estructuradas o semiestructuradas, para esta investigación se llevan a cabo éstas últimas para obtener información cualitativa. Las entrevistas semiestructuradas, se basan en una guía de asuntos o preguntas y el entrevistador tiene la libertad de introducir preguntas adicionales para precisar conceptos u obtener mayor información sobre temas deseados (Hernández et al, 2003:455). Una entrevista semiestructurada es aquella en que existe un margen más o menos grande de libertad para formular las preguntas y las respuestas (Sabino 1992:18). La técnica de la entrevista se utiliza en esta investigación aplicando el enfoque cualitativo a los resultados de la investigación.

### **3.3.3 Revisión documental.**

Técnica utilizada en la investigación como complemento de la observación, generando así gran ayuda y soporte al análisis del contexto donde se encuentra la problemática. Sampieri, Baptista, & Fernández (2000) afirman que la revisión documental es una técnica, la cual complementa el trabajo de campo evidenciando el conocimiento de personas que tienen relación al tema de investigación.

La presente técnica se apoya en los siguientes instrumentos:



- **Libreta de apuntes del estudiante:** catalogado por Hernández, Baptista, & Fernández (2014) como colecciones o registros privados de un individuo los cuales son denominados como fuente valiosa de datos cualitativos.
- **Fotografías:** Hernández, Baptista, & Fernández (2014) Material audiovisual utilizado para almacenar, comprobar y verificar en el proceso de la investigación.
- **Diario de campo:** instrumento utilizado durante el desarrollo de la investigación con la finalidad de plasmar sistemáticamente las experiencias de los hechos que son susceptibles de ser interpretados. El concepto de diario de campo está inevitablemente ligado a la observación y entrevista, considerado un instrumento de registro donde se anota de manera detallada interpretaciones, intuiciones, conjeturas y expresiones relacionadas a lo que ya ha sido cubierto Taylor y Bogdan, (1987, p. 87).

### 3.3.4 Triangulación

La triangulación de métodos de recolección de los datos es conveniente al tener varias fuentes de información y métodos para recolectar los datos. En la indagación cualitativa poseemos una mayor riqueza, amplitud y profundidad de datos si provienen de diferentes actores del proceso, de distintas fuentes y de una mayor variedad de formas de recolección. Hernández, Baptista, & Fernández (2014), lo cual le dan un mayor enriquecimiento a la investigación y confronta diferentes técnicas.

## CAPÍTULO IV ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

### 4.1 Análisis e interpretación de la información

Una vez aplicados instrumentos de recolección , validados según Hernández , Sampieri & Baptista(2014).de información se procedió a realizar el análisis correspondiente de los mismos, por cuanto la información que arrojaron será la que indique las conclusiones a las cuales llega la investigación, que está relacionada con la percepción que tiene el docente de matemática en relación a los obstáculos epistemológicos, los errores que presentaron los estudiantes en torno a las razones trigonométricas y los triángulos rectángulos y el contexto del PEI en relación con la metodología de enseñanza. En consecuencia, se aplicaron tres técnicas de investigación que permitieron desde la triangulación de saberes, hacer los análisis e interpretación de la información.

Tal como se desarrolló en el objetivo número 1: **Identificar los obstáculos epistemológicos que impiden que los estudiantes resuelvan problemas que implican razones trigonométricas.** Donde se aplicaron las siguientes técnicas:

- Observación.
- Entrevista a docente.
- Cuestionario a estudiantes.

#### 4.1.1 Análisis de la observación no participativa

Una vez realizada la observación que tuvo lugar en el aula se pudo detectar que uno de los motivos por los cuales los estudiantes están presentando dificultades en el proceso de

aprendizaje de conceptos matemáticos es debido a que no se implementan estrategias o técnicas que promuevan el aprendizaje significativo de los estudiantes.

#### **4.1.2 Análisis de la entrevista docente**

Luego de finalizar la entrevista docente que se realizó de manera oral, utilizando una grabadora de audio y al transcribirse se realizó un análisis de dicha información lo cual indico que las estrategias que se utilizan no permiten detectar si los estudiantes han asimilado el tema durante el proceso, solo se evidencia el error o el acierto al ser evaluados al finalizar la clase.

#### **4.1.3 Análisis a estudiantes**

Al hacer el análisis a los instrumentos de recolección de información que se realizaron a los estudiantes de décimo grado se puede observar que estos presentan un nivel bajo de los conocimientos básicos sobre las características de un triángulo rectángulo, el no conocer que es una razón trigonométrica, las deficiencia en cuanto a conceptos previos tales como el teorema de Pitágoras y la manera como se divide un polígono en varios triángulos y evidentemente la poca profundidad al momento de resolver problemas

Luego de analizar los resultados que arrojaron las implementaciones de las técnicas procedemos a hacer la triangulación de la información tal como se evidencia en la siguiente tabla.

*Triangulación de Datos 1*

Técnicas e instrumentos	Objetivo 1: Identificar los obstáculos epistemológicos que impiden que los estudiantes resuelvan problemas que implican razones trigonométricas
Observación	Al hacer el análisis de los datos se evidencio que los estudiantes no interiorizan los conceptos explicados en clase pues sólo hacen las anotaciones en sus cuadernos e intentan aprender memorísticamente las fórmulas matemáticas, sin que haya una relación entre ambas. También se alude a la poca atención por los estudiantes a la recomendación impartida por el docente. Y que no se implementan herramientas que puedan favorecer para que los estudiantes comprendan los conceptos matemáticos.
Entrevista a estudiantes 1	
Entrevista a docente	

El anterior análisis deja en claro que los estudiantes debido a la metodología del profesor y al contexto del colegio presentan algunos obstáculos epistemológicos tales como la experiencia primera , la cual les imposibilita obtener nuevos conocimientos. También se encuentra la libido, obstáculo que les impide a los estudiantes darles una explicación coherente a conceptos trigonométricos. Estos dos obstáculos le impiden a los estudiantes obtener nuevos conocimientos que le permitan desarrollar habilidades para resolver problemas, leer y analizar la información dada en un problema, así como resolver el problema mismo.

Para darle cumplimiento al objetivo número 2: **Conocer las características del docente que lo convierten en generador de obstáculos epistemológicos**

Se implementaron las siguientes técnicas:

- Entrevista a estudiantes número 2.
- Observación no participativa.
- Entrevista docente.

#### **4.1.4 Análisis entrevista a estudiantes número 2**

La entrevista , validada a partir de Hernández , Fernández & Baptista (2014), que se tuvo en cuenta está relacionada con conceptos previos a las razones trigonométricas tales como triángulos rectángulos y sus elementos, concepto de razón, elementos de un triángulo rectángulo, teorema de Pitágoras, al aplicar los anteriores elementos se pudo observar que el docente desconoce parcialmente la noción de obstáculos epistemológicos, lo cual no le permite identificar la manera en que estos inciden en el aprendizaje de los estudiantes y esto se ve reflejado a la entrevista al docente la cual consta de cinco preguntas. Evidentemente si para el docente es difícil observar la manera como estos obstáculos influyen en el aprendizaje el docente presentara dificultades en el momento en el cual deba ayudar a sus estudiantes a resolver problemas.

En cuanto al cuestionario de conocimiento realizado a los estudiantes ellos no presentan claridad sobre la noción de catetos (adyacente y opuesto) dado que no son capaces de identificar con respecto a que un cateto es adyacente y un cateto es opuesto, y el docente no se percata de la situación.

Luego de analizar los resultados que arrojaron las implementaciones de las técnicas procedemos a hacer la triangulación de la información tal como se evidencia en la siguiente tabla.

*Triangulación de Datos 2.*

Técnicas e instrumentos	Objetivo 2 Conocer las características del docente que lo convierten en generador de obstáculos epistemológicos
Observación	Los resultados obtenidos reflejaron que los métodos utilizados por parte del docente no le permite a los estudiantes superar los obstáculos que los hacen caer en ciertos errores, dejando de manifiesto que no hay una retroalimentación de los conceptos previo que ayuden a los estudiantes a resolver problemas
Entrevista a estudiantes	
Entrevista al docente	

Este análisis realizado al objetivo #2 nos permite observar los errores que se presentan en la didáctica empleada por el docente por lo cual es aprendizaje de los estudiantes se ve influenciado. Dichos errores en la didáctica están asociados a la enseñanza memorística y mecánica de las razones trigonométricas, donde no se lleva a cabo un análisis y reflexión de la resolución de problemas con dichas razones según (Viñas ,2014).

Para darle cumplimiento al objetivo número 3: **Examinar las características del PEI y su relación con la resolución de problemas**

Se implementaron las siguientes técnicas:

- Entrevista coordinador.

- Entrevista docente.

#### **4.1.5 Análisis de entrevista a coordinador**

Al intentar realizar la entrevista al coordinador en relación con el PEI observamos que es un proyecto que se encuentra en construcción, donde intervienen tanto docentes como directivos docentes. Si observamos el contexto en el cual se desarrolla las clases el modelo pedagógico (conductista), que no permite hacer un análisis completo de la manera en la que inciden los obstáculos epistemológicos en la enseñanza ya aprendizaje. Dado que los fundamentos del PEI están relacionados con el modelo pedagógico, se hace necesario indicar que un modelo constructivista ayuda más a nuestro objetivo según (José María Tetay Jaime 1997).

---

#### **4.1.6 Análisis entrevista docente**

Al entrevistar al docente en relación con el PEI y más específicamente en relación con el modelo pedagógico, queda evidenciado que lo que se busca no es un aprendizaje significativo sino un motivar ciertas situaciones que permitan analizar los modelos pedagógicos.

#### 4.1.7 Observación no participativa

Al observar el contexto en el cual está ubicado la institución, las condiciones de la infraestructura, nos damos cuenta que las condiciones no son favorables para el aprendizaje ni mucho menos para el desarrollo de habilidades.

#### *Triangulación de Datos 3.*

Técnicas e instrumentos	Objetivo 3: Examinar las características del PEI y su relación con la resolución de problemas
Entrevista coordinador	El análisis arrojó que las características del PEI no son adecuadas para facilitar los procesos de aprendizaje en cuanto a la resolución de problemas dado que el contexto y el modelo pedagógico no son pertinentes para el desarrollo de habilidades para resolver problemas
Entrevista a docentes	
Observación no participativa	

## 4.2 Recolección o Producción de Información

### 4.2.1 Triangulación general.

Para la interpretación de la información se tuvo en cuenta la triangulación de datos propuesta por Hernández, Fernández, & Baptista (2006), los cuales afirman que hay una mayor riqueza y profundidad en los datos si estos provienen de diferentes actores del proceso (p.623). Para realizar este análisis, se tuvieron en cuenta las técnicas e instrumentos



mencionados en el capítulo tres para la recolección de datos. Los cuales se enfocaron para dar respuesta a los objetivos planteados inicialmente.

Luego de la respectiva triangulación con las técnicas utilizadas en esta investigación descritas anteriormente, para darle cumplimiento a los objetivos específicos se procedió a realizar una triangulación general entre los saberes que arrojó la triangulación a cada objetivo se pudo inferir que las prácticas pedagógicas por parte del docente necesitan ser reestructuradas ya que los estudiantes no están alcanzando las habilidades necesarias para poder resolver problemas. El docente debe ser más perceptivo con los errores que los estudiantes cometen al momento de resolver problemas, analizando los conceptos previos que ellos deben poseer y realizándole una retroalimentación de estos conceptos. En cuanto a la metodología del docente es necesario que él se documente más en cuanto a las diferentes clases de errores que presentan los estudiantes al momento de resolver problemas que implican razones trigonométricas analizando no solo los errores epistemológicos sino también los errores didácticos que se puedan presentar según Viñas, (2014).

## CAPITULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 5.1 Conclusiones

Al realizar la investigación se plantearon tres interrogantes, de los cuales se definieron tres objetivos específicos. Estos objetivos específicos están orientados a la identificación de falencias en cuanto a los procesos de aprendizaje que se involucran al momento de resolver problemas que implican razones trigonométricas. También dichos objetivos están orientados al análisis de situaciones desde diversos contextos, teniendo en cuenta aspectos pedagógicos, epistemológicos y conceptuales.

Al terminar de realizar el análisis de los datos obtenidos a partir de la aplicación de las técnicas e instrumentos, podemos sacar como conclusiones las siguientes:

Los estudiantes presentan dificultades al momento de resolver problemas, dado que existen diversos errores que no les permiten el desarrollo de habilidades.

La metodología implementada por el docente y su escaso conocimiento sobre los obstáculos que conllevan a errores son factores que impiden que los estudiantes desarrollen habilidades a la hora de resolver problemas.

Existen muchos vacíos conceptuales en torno a conocimientos previos que están relacionados con la resolución de problemas que implican razones trigonométricas.

Las condiciones sociales de la institución y su modelo pedagógico conductista, donde se busca más obtener un resultado antes que fortalecer los procesos de aprendizaje no facilitan en los estudiantes el desarrollo de habilidades impidiéndoles la reflexión y el análisis hacia la resolución de problemas.

## 5.2 Recomendaciones

Entre las recomendaciones podemos citar:

Mayor reflexión y análisis por parte de docentes y directivos docentes en torno a los obstáculos epistemológicos.

Fortalecer los procesos de razonamiento y comunicación, fundamentales en el aprendizaje, para que los estudiantes adquieran habilidades en torno a resolver problemas.

Adecuación de un modelo pedagógico adecuado (constructivista) para facilitarle a los estudiantes la reflexión y el análisis sobre los errores que cometen los estudiantes al momento de resolver problemas.

Retroalimentación inicial en torno a los procesos que involucran la resolución de problemas que implican razones trigonométricas.

## REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

- Ana Maria Escudero Dominguez y Josefa Dominguez Viñas. (2014). De los errores indentificados en la investigación a los errores encontrados en un aula de primero de bachillerato. *Numeros*.
- Barrantes, H. (2006). los obstáculos epistemológicos. *cuadernos de investigación y formación en educación matemática*.
- Castillo, Y. A. (2015). teoría del aprendizaje según David Ausubel.
- CEER. (2015). Evaluación externa y calidad de la educación en Colombia. *banco de la república*.
- Escalante, D. O. (2018). El uso comprensivo de las razones trigonométricas en el planteamiento y resolución de problemas. *Universidad Nacional de Colombia*.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación*. DERECHOS RESERVADOS © 2014, respecto a la sexta edición por.
- Jaimes Yabar y Freddy Armando. (2016). Efectos de la Enseñanza Modular Personalizada en el Aprendizaje de la Trigonometría en los alumnos del Quinto Grado de Secundaria en la Institución Educativa Politécnico Nacional del Callao. *Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle*.
- Lárez, J. D. (2018). Algunos obstáculos que imposibilitan el aprendizaje efectivo de la matemática. *dialnet*, 53-74.
- mendoza, L. E. (2008). la noción de obstáculo epistemológico en Gaston Bachelard. *Biblioteca Virtual Universal*.
- Miranda, L. F. (2017). Un acercamiento histórico a las razones trigonométricas seno y coseno para la. *universidad del valle*.
- Montiel, G. (2013). *Desarrollo del pensamiento trigonométrico*. México.
- Morín, E. (1999). *Los siete saberes necesarios para la educación del futuro*. Santillana.
- Muñoz, T. G. (2003). el cuestionario como instrumento de investigación\evaluación. *univasantana*.
- Ridruejo, C. (2015). Aprendizaje basado en problemas: Trigonometría y triángulos. *Universidad de la Rioja*.

Runza, G. M. (2013). Las razones trigonométricas en el planteamiento y resolución de problemas. *universidad nacional de colombia* .

Vizcaya, E. d. (Octubre- Diciembre de 2004). *La Revista Mexicana de Investigación Educativa*, IX(23), 807-816.

## ANEXOS

### Anexo # 1

#### CUESTIONARIO RELATIVO A TRIÁNGULOS, RAZONES TRIGONOMÉTRICAS Y PROBLEMAS RELATIVOS A ESTAS

**Responde las siguientes preguntas:**

1. ¿Qué entiendes por triángulo rectángulo?
2. ¿Cuál es el concepto de razón que tienes a nivel de las matemáticas?
3. ¿Cómo se llaman los elementos de un triángulo rectángulo?
4. ¿Cuál es el teorema que se aplica para triángulos rectángulos que relaciona sus elementos?
5. ¿Cuál es la relación entre los lados que forman un triángulo rectángulo?
6. ¿Qué entiendes por trigonometría?
7. ¿Cuáles razones trigonométricas conoces y qué relación tienen con el triángulo rectángulo?
8. ¿Qué es un ángulo de elevación y qué es un ángulo de depresión?
9. Explica el significado de las razones trigonométricas en función de los lados del triángulo rectángulo
10. Crees que se puede dividir cualquier polígono en varios triángulos. Explica dibujando varios polígonos.

**Resuelve los siguientes problemas:**

1. Un edificio proyecta una sombra de cuatro metros a cierta hora del día. Si el ángulo de depresión del sol a dicha hora es de 30 grados. ¿Cuál es la altura del edificio?
2. Una escalera de 3 metros está apoyada en la parte alta de una pared. Si el ángulo entre la base de la escalera y el piso es de 60 grados ¿Cuál es la altura de la pared?
3. Un terreno rectangular tiene de base 20 metros y de altura 8 m si se quiere dividir dicho terreno en dos triángulos rectángulos cercándolos con alambre para hacer dos cultivos diferentes ¿cuánto alambre se necesita?

**Anexo # 2****ENTREVISTA DOCENTE**

1. ¿Qué entiende usted por obstáculo epistemológico?
2. ¿Cómo identifica usted las dificultades cuando los estudiantes resuelven problemas?
3. ¿Realiza retroalimentación de conceptos previos a las razones trigonométricas?
4. ¿De qué manera cree que un estudiante puede presentar obstáculos epistemológicos?
5. ¿Considera que el PEI está acondicionado para el desarrollo de habilidades en los estudiantes?

**Anexo # 3****ENTREVISTA COORDINADOR**

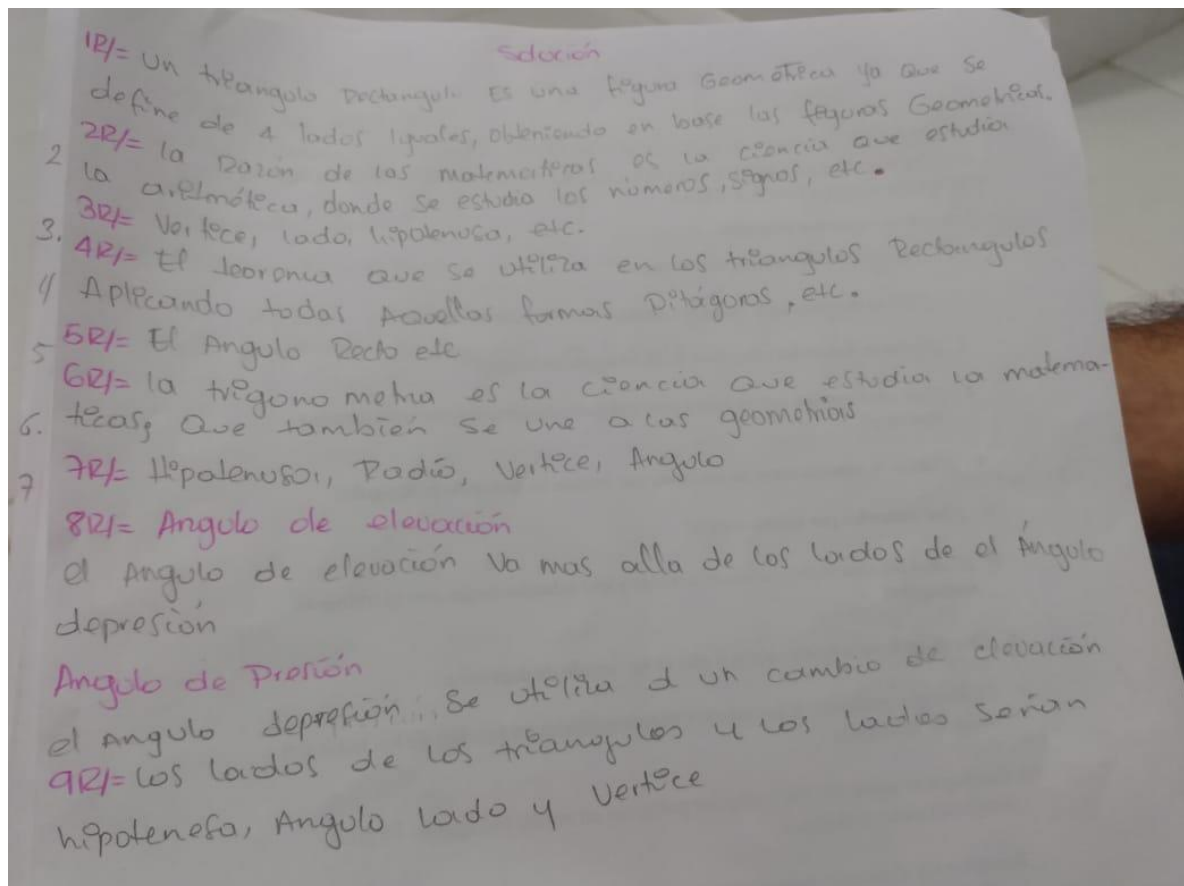
1. ¿Qué concepto tiene sobre obstáculo epistemológico?
2. ¿En cuanto a modelo pedagógico cree que es pertinente para un aprendizaje significativo?
3. ¿Considera que el contexto social de la institución se presta para el desarrollo de habilidades en los estudiantes?
4. ¿Qué concepto tiene de fundamentos epistemológicos y cuál cree que es tu importancia?
5. ¿Cree usted que los valores son importantes a la hora del desarrollo de habilidades en cuanto a conocimiento?



## Anexo # 4

- 1) un triángulo rectángulo es aquel que sus lados no tienen  $\rightarrow$  igualdad  
su lado más largo más largo se llama hipotenusa
- 2) Es una ciencia que estudia los números y signos  $x + - \frac{3}{5} \% / etc$
- 3) Elementos como Ángulos, segmentos, ortales,  $\times$  dado
- 4) Es una unidad que sirve a su vez comprobado en la matemática
- 5) El cuadrado de uno de ellos es igual a la suma de los 2
- 6) Medidas de Ángulos, Medidas de triángulo rectángulo, ángulos de elevación  $\vee$  Ángulos de depresión
- 7) Medidas de Ángulos  $\vee$  Medidas de triángulo rectángulo
- 8)

## Anexo # 5



Anexo # 6



## Anexo # 7

## Solución

- 1/ Un triángulo Rectángulo Es una figura Geométrica ya que se define de 4 lados iguales, obteniendo en base las figuras Geométricas.
- 2/ La ración de las matemáticas es la ciencia que estudia la aritmética, donde se estudia los números, signos, etc.
- 3/ Vertice, lado, hipotenusa, etc.
- 4/ El teorema que se utiliza en los triángulos Rectángulos Aplicando todas aquellas formulas Pitágoras, etc.
- 5/ El Angulo Recto etc
- 6/ La trigonometria es la ciencia que estudia la matemáticas, que también se une a las geometrias
- 7/ Hipotenusa, Radio, Vertice, Angulo
- 8/ Angulo de elevación
- El Angulo de elevación va mas alla de los lados de el Angulo depresión
- Angulo de Presión
- El Angulo depresión, se utiliza d un cambio de elevación
- 9/ Los lados de los triángulos y los lados serian hipotenusa, Angulo lado y Vertice

Anexo # 8

